

מדינת ישראל משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל

תרגום לערבית (2)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נק'}$$

פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נק'}$$

$$100 \text{ נק'} - \text{סה"כ}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום

במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

דولة إسرائيل وزارة التربية والتعليم

نوع الامتحان: بچروت

מועד الامتحان: صيف 2019

رقم النموذج: 035582

ملحق: لوائح قوانين لـ 5 وحدات تعليمية

ترجمة إلى العربية (2)

الرياضيات

5 وحدات تعليمية – النموذج الثاني

تعليمات للممتحن

أ. مدة الامتحان: ساعتان وربع.

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات:

في هذا النموذج فصلان.

الفصل الأول: الهندسة التحليلية، المتجهات،

حساب المثلثات في الفراغ، الأعداد المركبة

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ درجة}$$

الفصل الثاني: التزايد والتضاؤل، دوال

القوى، الدوال الأسية واللوغريتمية

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ درجة}$$

$$100 \text{ درجة} - \text{المجموع}$$

ج. مواد مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات

البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال

الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة

قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

1. لا تنسخ السؤال؛ اكتب رقمه فقط.

2. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب

في دفتر مراحل الحل، حتى إذا أُجريت

حساباتك بواسطة حاسبة.

فسر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات،

بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.

عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات

أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسودة" في بداية كل صفحة تستعملها مسودة.

كتابة أية مسودة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبب إلغاء الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حد سواء.

نتمنى لك النجاح!

בהצלחה!

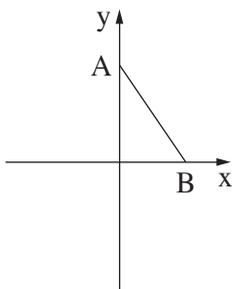
الأسئلة

انتبه! فسر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأول: الهندسة التحليلية، المتجهات، حساب المثلثات في الفراغ، الأعداد المركبة ($66\frac{2}{3}$ درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال $33\frac{1}{3}$ درجة).

انتبه! إذا أجبْتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترِكَ.



1. طول القطعة AB هو 4 .

معطى أن: النقطة A تقع على المحور y، والنقطة B تقع على المحور x (انظر الرسم).

النقطة M هي منتصف القطعة AB .

أ. جد معادلة المحلّ الهندسيّ لجميع النقاط M التي بُنيت

بهذه الطريقة، وحدّد شكل (شخص) هذا المحلّ الهندسيّ .

معطى أن: النقطة L تقع على القطعة AB بحيث $\frac{AL}{LB} = t$. $t > 0$ هو پارامتر.

ب. عبّر بدلالة t عن معادلة المحلّ الهندسيّ لجميع النقاط L التي بُنيت بهذه الطريقة،

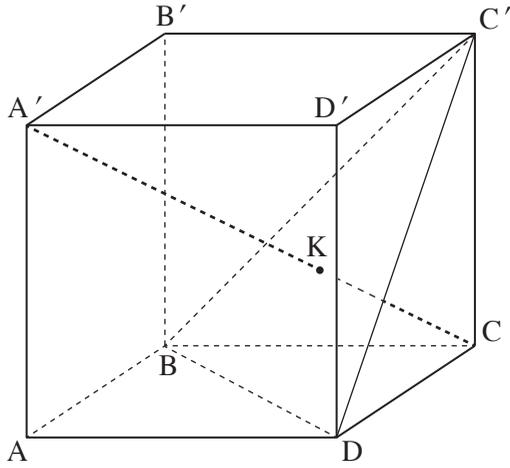
وحدّد شكل (شخص) هذا المحلّ الهندسيّ .

ج. بالنسبة لأيّة قيمة لـ t، يتّحد المحلّ الهندسيّ الذي وجدته في البند "ب" مع المحلّ الهندسيّ

الذي وجدته في البند "أ"؟ علّل .

د. هل يوجد $t > 0$ ، بالنسبة له يقطع المحلّ الهندسيّ الذي وجدته في البند "ب" المحور x

في النقطة (5, 0)؟ علّل .



2. $ABCD A'B'C'D'$ هو مكعب طول ضلعه 6 (انظر الرسم).

النقطة B تقع في نقطة أصل المحاور.

أ. احسب مقدار الزاوية التي بين القطعة $A'C$ والقطعة BC' .

ب. برهن أن المستقيم $A'C$ يعامد المستوى $BC'D$.

النقطة K هي نقطة تقاطع المستقيم $A'C$

مع المستوى $BC'D$.

ج. جد النسبة $\frac{A'K}{A'C}$.

النقطة O هي نقطة تقاطع قطر القاعدة AC

مع قطر القاعدة BD.

د. برهن أن النقطة K تقع على القطعة $C'O$.

3. أ. (1) برهن أنه لكل عدد مركب z يتحقق $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(2) برهن أنه إذا كان العدد المركب z يقع على محيط دائرة الوحدة،

عندها العدد $\frac{1}{z}$ أيضاً يقع على محيط دائرة الوحدة.

ب. (1) بين أنه بالنسبة لكل عدد مركب z يقع على محيط دائرة الوحدة، حاصل الجمع $z + \frac{1}{z}$

هو عدد حقيقي.

(2) z_1 و z_2 هما عددان مركبان يقعان على محيط دائرة الوحدة.

معطى أن المركبين الوهميين (الخياليين) z_1 و z_2 هما موجبان.

برهن أنه إذا كان: $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$ ، عندها z_1 و z_2 يقعان في الربع الأول.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$ هو عدد مركب. معطى أن: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

معطاة متوالية هندسية حدها الأول هو $\frac{1}{w}$ والحد الثاني هو w .

معطى أن مجموع 5 الحدود الأولى في المتوالية الهندسية يساوي 0.

ج. (1) عبر بدلالة α عن أساس المتوالية، وفسر لماذا تقع جميع حدود المتوالية على محيط دائرة الوحدة.

(2) جد α (جد الإمكانيتين).

الفصل الثاني: التزايد والتضاؤل، دوال القوى، الدوال الأسية واللوغريتمية (33 1/3 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبْتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترِكَ.

4. معطاة الدالة: $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$ ، المعرّفة لكل x .

أ. (1) جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(2) جد مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

(3) جد معادلة خطّ التقارب الموازي للمحور x للدالة $f(x)$.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

ب. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبيًا للدالة $f(x)$.

ج. (1) برهن أنّ $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

(2) فسّر لماذا الرسم البيانيّ للدالة $f(x)$ يقع كلّهُ تحت المستقيم $y = x$.

د. معطاة الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ المعرّفة لكلّ x .

(1) ما هي مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالة $g(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات)؟

(2) $a > 0$ هو پارامتر.

استعن بمشتقة الدالة $f(x)$ ، وبين أنّ حجم جسم دوران المساحة المحصورة

بين الرسم البيانيّ للدالة $g(x)$ والمحورين والمستقيم $x = \ln a$ ، يساوي $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$.

فضّل حساباتك.

5. معطاة عائلة الدوال $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$. m هو پارامتر.

أجب عن البندين "أ" – "ب" بالنسبة لـ $m \geq 0$.

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدوال $f(x)$ ؟

(2) جد مجالات موجبيّة وسالبيّة الدوال $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات). علّل.

(3) معطى أنّ جميع الدوال $f(x)$ من العائلة تقطع إحداها الأخرى في نقطة واحدة.

جد إحداثيات هذه النقطة.

ب. (1) بالنسبة لـ $m \geq 0$ ، جد قيم m التي بالنسبة لها المشتقة $f'(x)$:

(i) لا تساوي صفرًا في أيّة نقطة.

(ii) تساوي صفرًا في نقطة واحدة بالضبط.

(iii) تساوي صفرًا في نقطتين بالضبط.

(2) في آخر السؤال معطاة ثلاثة رسوم بيانيّة (III-I) لدوالّ من العائلة $f(x)$ بالنسبة لـ $m \geq 0$.

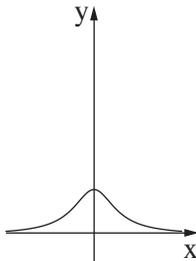
معلوم أنّ $m \neq 1$ وأن كل واحد من الرسوم البيانيّة يلائم قيمة مختلفة أو مجال قيم مختلفًا لـ m .

لائم لكل رسم بياني من بين الرسوم البيانيّة الثلاثة، قيمة m الملائمة له أو مجال قيم m الملائم له.

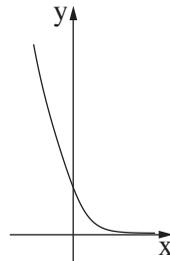
علّل.

أجب عن البند "ج". بإمكانك الاستعانة بالرسم البيانيّ الملائم من بين الرسوم البيانيّة III-I.

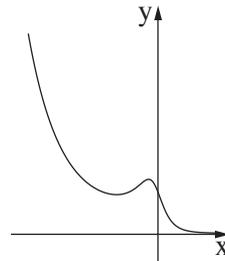
ج. ارسم رسمًا بيانيًا تقريبياً للدالة $f(-x)$ بالنسبة لـ $0 < m < 1$.



III



II



I

בהצלחה!

נשמתי לך הנجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.