بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٠ - سؤال ٩

٩. معطاة الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

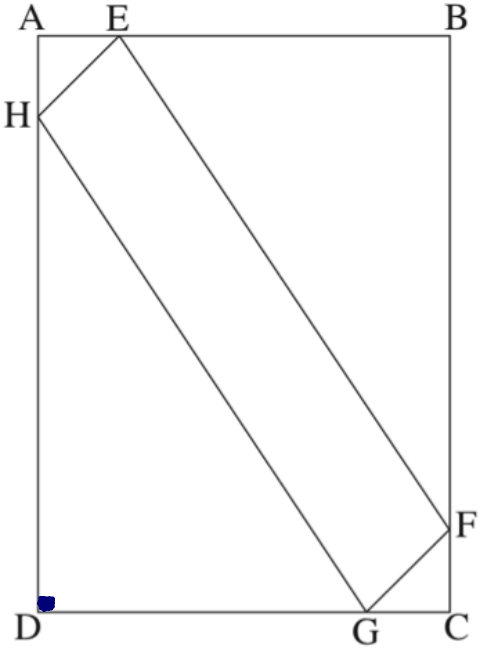
أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد على الرسم البياني للدالة $f(x)$ نقطة، حاصل ضرب إحداثيّها الـ x بإحداثيّها الـ y هو أصغر ما يمكن.

جـ. معطاة الدالة $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$.

استعِن بإجابتيك عن البند "أ" وعن البند "ب"، وارسم رسمًا تخطيطيًا للرسم البياني للدالة $g(x)$.

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١١ - سؤال ٩



٩. في المستطيل ABCD طول الضلع AD هو 10 سم،
وطول الضلع AB هو a سم.
النقاط E ، F ، G ، H موجودة على أضلاع
المستطيل بحيث $AE = AH = CF = CG = x$
(انظر الرسم).

أ. (١) عبّر بدلالة a وَ x
عن مجموع مساحة المثلث
BEF ومساحة المثلث AEH .

(٢) عبّر بدلالة a عن قيمة x التي بالنسبة لها
مساحة الشكل الرباعي EFGH هي أكبر ما يمكن.

ب. عندما تكون مساحة الشكل الرباعي EFGH أكبر ما يمكن، طول القطعة DH
هو 6 سم.
جد قيمة a .

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٢ - سؤال ٨

٨. مجموع الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية هو 20 سم.

أ. من بين جميع المثلثات التي تحقّق هذا الشرط، جد طولَي الضلعين القائمين في المثلث الذي فيه طول المستقيم المتوسّط للوتر هو أصغر ما يمكن.

ب. جد طولَي المستقيمين المتوسّطين للضلعين القائمين في المثلث الذي وجدتَ ضلعَيْه القائمين في البند "أ".

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٢ - سؤال ٩

9. تسافر شاحنة 100 كم بسرعة ثابتة مقدارها x كم/الساعة.

أ. عبّر بدلالة x عن عدد ساعات سفر الشاحنة.

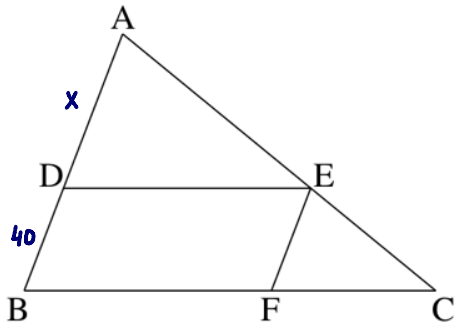
تكلفة سفر الشاحنة هي دالة لسرعتها.

تكلفة ساعة السفر الواحدة بسرعة x هي $(16 + \frac{x^2}{400})$ شيقل.

ب. (1) ماذا يجب أن تكون قيمة x حتّى تكون تكلفة سفر الشاحنة أقلّ ما يمكن؟

(2) احسب أقلّ تكلفة ممكنة للسفر.

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٢ موعد ب - سؤال ٨



8. معطى متوازي الأضلاع DEFB الذي طولا ضلعيه هما:

40 سم = BD ، 90 سم = DE .

النقطة A تقع على امتداد الضلع BD

والنقطة C تقع على امتداد الضلع BF

بحيث يمرّ المستقيم AC عبر الرأس E (انظر الرسم).

أ. نرمز: AD = x .

استعِن بتشابه المثلثات، وعبّر بدلالة x عن طول القطعة FC .

ب. جد x الذي يكون بالنسبة له مجموع الضلعين AB وَ BC هو أقلّ ما يمكن.

جـ. جد أقلّ مجموع ممكن للضلعين AB وَ BC .

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٣ - سؤال ٩

9. أ. من بين جميع المستطيلات التي مساحتها k سم^2، عبّر بدلالة k عن أضلاع المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن.

ب. معطى أنّ قطر الدائرة التي تحصر المستطيل الذي محيطه أصغر ما يمكن، هو 8 سم.
جد قيمة k .

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٣ موعد ب - سؤال ٩

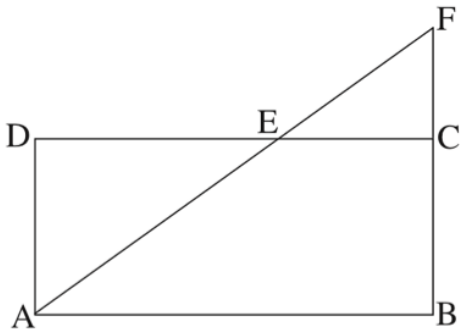
9. معطى المستطيل ABCD الذي طولا ضلعَيْه هما:

$AD = 4$ ، $AB = 9$.

النقطة E تقع على الضلع CD (بين C وَ D).

امتداد AE يقطع امتداد الضلع BC

في النقطة F (انظر الرسم).

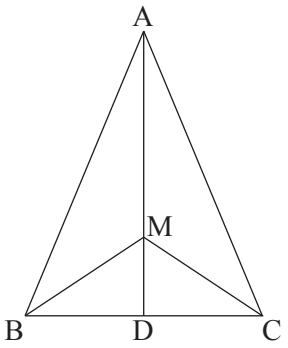


أ. برهن أنّ: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.

ب. ارمز $DE = x$ ، وَجِد ماذا يجب أن يكون طول DE حتّى يكون مجموع مساحتَي المثلّثين ADE وَ FCE أصغر ما يمكن.

بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

السؤال 8



معطى المثلّث المتساوي الساقين ABC (AB = AC)

الذي فيه طول الارتفاع AD على القاعدة BC هو 12 سم،

وطول القاعدة BC هو 10 سم.

M هي نقطة ما على الارتفاع AD .

نرمز: $MD = x$.

أ. جد بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x

يكون مجموع القِطَع $AM + MB + MC$ أصغر ما يمكن.

بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

ب. احسب مقدار الزاوية BMC بالنسبة لقيمة x التي وجدتَها في البند "أ".

إجابة السؤال 8

أ. من المعطيات ينتج: $BD = \frac{1}{2}BC = 5$

في المثلّث القائم الزاوية BDM يتحقّق: $MB^2 = MD^2 + BD^2 = x^2 + 5^2$

$$\Downarrow$$

$$MB = \sqrt{x^2 + 5^2}$$

MD هو ارتفاع ومستقيم متوسّط في المثلّث BMC ، لذلك: $MC = MB$

$$AM = AD - MD$$

$$\Downarrow$$

$$AM = 12 - x$$

نرمز: $S(x) = AM + MB + MC$ ،

وينتج أنّ مجموع القِطَع هو: $S(x) = 12 - x + 2\sqrt{x^2 + 5^2}$

$$\Downarrow$$

$$S'(x) = -1 + \frac{2(2x)}{2\sqrt{x^2 + 5^2}} = \frac{2x - \sqrt{x^2 + 25}}{\sqrt{x^2 + 25}}$$

$$S'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - \sqrt{x^2 + 25} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(2x)^2 = x^2 + 25 \quad , \quad x > 0$$

$$\Downarrow$$

مجموع القِطَع هو أصغر ما يمكن بالنسبة لِـ : $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$

فحص نهاية صغرى:

x	2	$\frac{5}{\sqrt{3}}$	3
f'(x)	−0.257	0	0.029
f(x)	↘		↗

/ يتبع في صفحة 14 /

تكملة إجابة السؤال 8.

ب. في المثلّث القائم الزاوية BDM يتحقّق: $\operatorname{tg}(\frac{1}{2}\sphericalangle BMC) = \frac{BD}{MD}$

وجدنا في البند "أ" أنّ: $BD = 5 \quad , \quad MD = \frac{5}{\sqrt{3}}$

$$\Downarrow$$

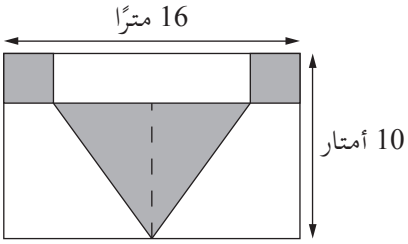
$$\operatorname{tg}(\frac{1}{2}\sphericalangle BMC) = \frac{5}{\frac{5}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BMC = 120^{o}$$

/ يتبع في صفحة 15 /

السؤال 8



طول حائط شكله مستطيل هو 16 مترًا،

وارتفاع الحائط 10 أمتار.

يريدون تغطية قسم من الحائط بالكرميكا.

القسم الذي يريدون تغطيته يشمل:

– مربّعين متطابقين في زاويتَي المستطيل

– مثلّثًا متساوي الساقين قاعدته موازية لضلع المستطيل

(المساحات الرماديّة في الرسم).

ارمز بِـ x إلى طول ضلع المربّع، وأجب عن البنود "أ" – "جـ".

أ. عبّر بدلالة x عن الارتفاع على قاعدة المثلّث المتساوي الساقين.

ب. ماذا يجب أن يكون x ، حتّى يكون مجموع المساحات التي يريدون تغطيتها بالكرميكا أصغر ما يمكن؟

جـ. بالنسبة لـ x الذي وجدتَه في البند "ب"، احسب النسبة المئويّة من مساحة الحائط، التي تشكّل القسم الذي يريدون تغطيته بالكرميكا.

إجابة السؤال 8

أ. الارتفاع على القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين هو: $10 - x \quad , \quad 0 < x < 10$

ب. مساحة كلّ واحد من المربّعين هي: $S_{\square} = x^2$

طول القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين هو: $(16 - 2x) \quad , \quad 0 < x < 8$

مساحة المثلّث المتساوي الساقين هي: $S_{\triangle} = \frac{(16-2x)\cdot(10-x)}{2}$

مجموع المساحات التي يريدون تغطيتها بالكرميكا هو مربّعان متطابقان ومثلّث،

لذلك مجموع المساحات هو: $S(x) = 2x^2 + \frac{(16-2x)(10-x)}{2}$

$$0 < x < 8 \quad , \quad S(x) = 3x^2 - 18x + 80$$

مشتقّة $S(x)$ هي: $S'(x) = 6x - 18$

إشارة المشتقّة:

x	2	3	4
S'(x)	−	0	+
S(x)	↘	نقطة نهاية صغرى	↗

$\Downarrow$

مجموع المساحات هو أصغر ما يمكن بالنسبة لِـ: $x = 3$ أمتار

/ يتبع في صفحة 15 /

تكملة إجابة السؤال 8.

جـ. مساحة كلّ الحائط هي : $16 \cdot 10 = 160$ م^2

بالنسبة لِـ $x = 3$ مجموع المساحات
التي يريدون تغطيتها بالكرميكا هو : $S(3) = 3 \cdot 3^2 - 18 \cdot 3 + 80 = 53$

$$\frac{53}{160} \cdot 100 = 33.125\%$$

المساحة التي يريدون تغطيتها بالكرميكا
هي 33.125% من مساحة الحائط

حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

السؤال 8

يعرض الرسم الذي أمامك الرسمين البيانيّين للدالّتين

$f(x) = -x^2 + 9$ وَ $g(x) = (x-3)^2$.

النقطة A تقع في الربع الأوّل على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

مرّروا من النقطة A مستقيمين:

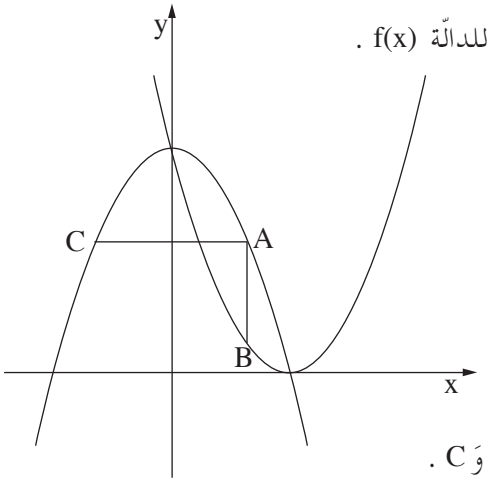
أحد المستقيمين يوازي المحور y

ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة B ،

والمستقيم الآخر يوازي المحور x

ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة C

(انظر الرسم) .



نرمز بِـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A .

أ. عبِّر بدلالة t عن إحداثيّات النقاط A وَ B وَ C .

ب. جد قيمة t التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ABC هي أكبر ما يمكن.

إجابة السؤال 8

أ. A على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الربع الأوّل،

لذلك إحداثيّات A هي: $A(t, -t^2+9)$

AC يوازي المحور x ، لذلك: $y_A = y_C$

والقطع المكافئ متماثل بالنسبة للمحور y ، لذلك: $x_A = -x_C$

من هنا إحداثيّات النقطة C هي: $C(-t, -t^2+9)$

B على الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في الربع الأوّل

بحيث AB يوازي المحور x ، لذلك: $x_A = x_B = t$

نعوّض $x_B = t$ في الدالّة $g(x)$ وينتج: $y_B = (t-3)^2$

لذلك إحداثيّات النقطة B هي: $B(t, (t-3)^2)$

/ يتبع في صفحة 16 /

تكملة إجابة السؤال 8.

ب. مساحة المثلّث ABC الذي فيه $AC \perp AB$ هي: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \cdot (y_A - y_B)$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(t - (-t)) \cdot (-t^2 + 9 - (t-3)^2)$$

$$\Downarrow$$

$$S_{\triangle ABC} = -2t^3 + 6t^2 = S(t)$$

$$\Downarrow$$

$$S'(t) = -6t^2 + 12t$$

$$S'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 6t(2-t) = 0$$

$$\Downarrow$$

A في الربع الأوّل، لذلك $t \neq 0$ ، ولذلك: $t = 2$

فحص نهاية عظمى: $S''(t) = -12t + 12$

$$\Downarrow$$

$$S''(2) = -12 \cdot 2 + 12 < 0$$

$$\Downarrow$$

نهاية عظمى في $t = 2$

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٥ - سؤال ٨

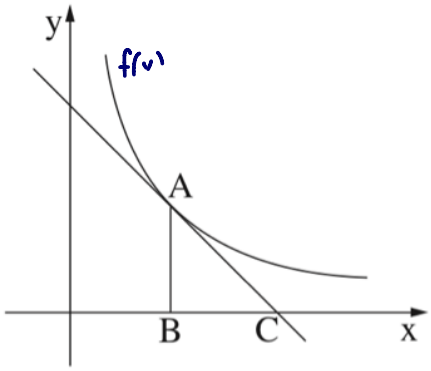
8. يعرض الرسم الذي أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x) = \frac{4}{x}$ في الربع الأوّل.

عبر النقطة A التي على الرسم البيانيّ للدالّة مرّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة، ومرّروا عمودًا على المحور x .

المماسّ يقطع المحور x في النقطة C ،

والعمود يقطع المحور x في النقطة B (انظر الرسم).

نرمز إلى الإحداثيّ x للنقطة A بـِ t .



أ. (1) عبّر بدلالة t عن ميل المماسّ.

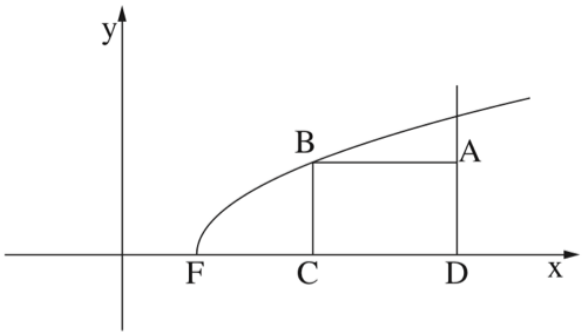
(2) عبّر بدلالة t عن معادلة المماسّ.

(3) عبّر بدلالة t عن طول القطعة BC .

ب. جد قيمة t التي بالنسبة لها مجموع القطعتين $AB + BC$ هو أصغر ما يمكن.

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٥ موعد ب - سؤال ٨

8. الرأس B في المستطيل ABCD يقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x) = \sqrt{2x - 4}$.
الضلع AD موضوع على المستقيم $x = 10$
والضلع DC موضوع على المحور x
(انظر الرسم) .



أ. ماذا يجب أن تكون إحداثيّات النقطة B حتّى تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن؟

ب. الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x في النقطة F (انظر الرسم) .
جد مساحة المثلّث BFC عندما تكون مساحة المستطيل ABCD أكبر ما يمكن.

<u>ملاحظة</u>: بإمكانك إبقاء جذر في إجاباتك .

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٦ - سؤال ٨

8. معطى مثلّث متساوي الأضلاع طول ضلعه x سم، ومعطى مربّع.
مجموع محيطَي المربّع والمثلّث المتساوي الأضلاع هو 9 سم.

أ. عبّر بدلالة x عن طول ضلع المربّع.

ب. (1) عبّر بدلالة x عن مساحة المثلّث وعن مساحة المربّع.

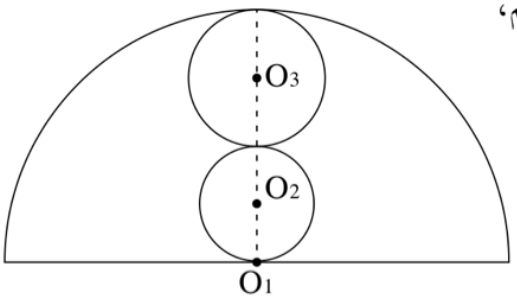
(2) جد ماذا يجب أن تكون قيمة x ، حتّى يكون مجموع مساحتَي المربّع والمثلّث أصغر ما يمكن.

جـ. عندما يكون مجموع المساحتين أصغر ما يمكن، محيط أيّ من الشكلين أكبر: المربّع أم المثلّث؟ علّل.

في إجاباتك بإمكانك إبقاء ثلاثة أرقام بعد الفاصلة العشريّة.

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٦ - سؤال ٨

8. في نصف دائرة مركزها O_1 ونصف قطرها 10 سم،
محصورة دائرتان مركزاهما O_2 وَ O_3 .
الدوائر تمسّ بعضها البعض،
كما هو موصوف في الرسم.
(ثلاثة المراكز تقع على مستقيم واحد .)

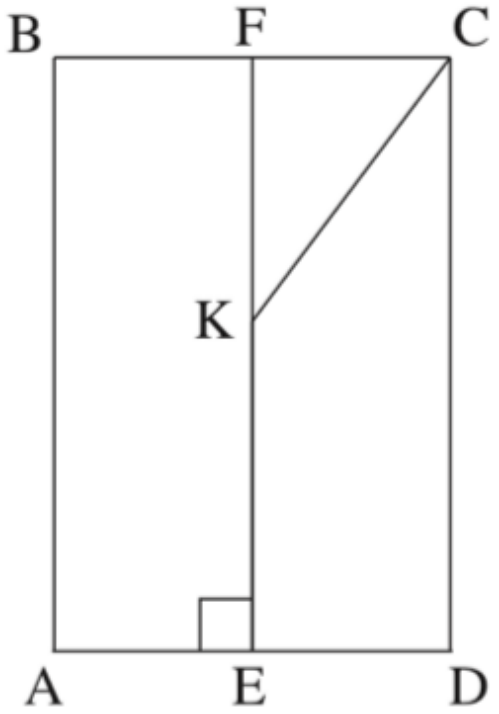


أ. جد ماذا يجب أن يكون طول نصف
قطر الدائرة التي مركزها O_2 ونصف قطر الدائرة التي مركزها O_3 ،
حتّى يكون مجموع مساحتَي الدائرتين O_2 وَ O_3 أصغر ما يمكن.

ب. عندما يكون مجموع مساحتَي الدائرتين O_2 وَ O_3 أصغر ما يمكن،
جد مجموع محيطَي هاتين الدائرتين.

معطى أنّ: $\pi R^2 =$ مساحة الدائرة
$2\pi R =$ محيط الدائرة

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٧ - سؤال ٨



8. معطى المستطيل ABCD .

النقطة F هي منتصف الضلع BC .

E هي نقطة على الضلع AD بحيث EF يعامد AD .

النقطة K تقع على EF بحيث 10 سم =EK = KC

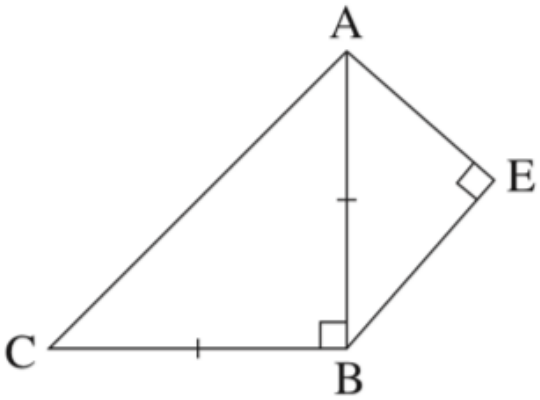
(انظر الرسم) . FC = x .

أ. عبّر عن FK بدلالة x .

ب. احسب طول ضلع المستطيل BC الذي بالنسبة له محيط المستطيل ABCD هو أكبر ما يمكن.

(بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك .)

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٧ - سؤال ٨

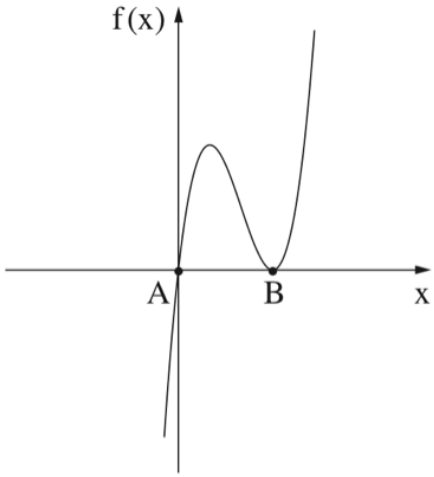


8. ABC هو مثلّث قائم الزاوية ومتساوي الساقين ($\sphericalangle ABC = 90°$) .
بنوا على الضلع AB مثلّثًا قائم الزاوية AEB
بحيث يكون AB الوتر في المثلّث AEB،
كما هو موصوف في الرسم.
معطى أنّ مجموع طولَي الضلعين القائمين
في المثلّث AEB هو 6 سم.
نرمز إلى طول الضلع AE بِـ x .

أ. عبّر بدلالة x عن مساحة المثلّث ABC .

ب. بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x تكون مساحة الشكل الرباعيّ AEBC أصغر ما يمكن؟

8. أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.



أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B ؛ نقطتَي تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

النقطة C تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ: $x_A < x_C < x_B$.

(الإحداثيّ x للنقطة C يقع بين الإحداثيّ x للنقطة A والإحداثيّ x للنقطة B).

ب. جد إحداثيّات النقطة C التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ABC هي أكبر ما يمكن.

جـ. هل النقطة C هي نقطة قصوى للدالّة $f(x)$ ؟ فسّر.