بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٠ - سؤال ٣

٣. توجد 3 أوراق لعب داخل كيس. لإحدى الأوراق جهتان بيضاوان، ولإحدى الأوراق جهتان سوداوان، ولإحدى الأوراق جهة بيضاء والجهة الأخرى سوداء.

يخلطون الأوراق، وبأعين مغمضة يُخرِجون ورقة من الكيس ويضعونها على الطاولة.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون جهتا الورقة متطابقتين؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون جهة الورقة البادية للعين بيضاء؟ علّل.

ج. معلوم أنّ جهة الورقة البادية للعين هي بيضاء.   احتمال مشروط

ما هو الاحتمال بأن تكون جهتا الورقة بيضاوين؟

شجرة:

- $\frac{1}{3}$ ورقة لها جهتان بيضاوان.
- $\frac{1}{3}$ ورقة لها جهتان سوداوان
- $\frac{1}{3}$ ورقة لها جهة بيضاء والجهة الاخرى سوداء

(اخراج الورقة عشوائي، لذلك احتمال اخراج اي ورقة متساوٍ)

أ. جهتا الورق متطابقتين = الجهتان سوداوان او الجهتان بيضاوان

$P=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

ب. شجرة جديدة:

يوجد لك 3 أوراق 6 اوجه

- $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 3 بيضاء
- $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ 3 سوداء

الاحتمال المطلوب: $P=\frac{1}{2}$

ج. الاحتمال المشروط

$P($ جهتا الورقة بيضاوين $|$ جهة الورقة البادية للعين بيضاء $)$

A: جهتا الورقة بيضاوين، B: جهة الورقة البادية للعين بيضاء

$$=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

بند ب

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٠ - سؤال ٣

٣ . يُمتحَن الطلّاب في كلّية معيّنة في نهاية السنة في امتحان في الاحتمال والإحصاء.

يوجد في الامتحان تمرينان في الاحتمال وتمرين واحد في الإحصاء.

يحصل الممتحَن على علامة اجتياز أو علامة رسوب في كلّ تمرين في الامتحان.

للحصول على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله على الممتحَن أن يحصل على علامة اجتياز في تمرينين على الأقلّ من الثلاثة.

الاحتمال بأن يحصل الطالب على علامة اجتياز في تمرين الاحتمال هو 60% ،

والاحتمال بأن يحصل الطالب على علامة اجتياز في تمرين الإحصاء هو 80% .

احتمالات الحصول على علامة اجتياز أو رسوب في التمارين المختلفة لا تتعلّق ببعضها البعض.

أ. (١) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحَن على علامة اجتياز في التمارين الثلاثة في الامتحان؟

(٢) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحَن على علامة اجتياز في تمرينين في الامتحان وعلى علامة رسوب في تمرين واحد؟

(٣) ما هو الاحتمال بأن يحصل الممتحَن على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله؟

ب. حصل أحد الممتحَنين على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله.

ما هو الاحتمال بأن يكون قد حصل على علامة اجتياز في تمرينين في الاحتمال؟

جدول:

	الحصول على علامة اجتياز	الحصول على علامة رسوب	مجموع
تمرين احتمال الاول	A 60%	$\bar{A}$ 40%	100%
تمرين احتمال الثاني	B 60%	$\bar{B}$ 40%	100%
تمرين احصاء	C 80%	$\bar{C}$ 20%	100%

أ. (1) $P(A\cap B\cap C)=\frac{60}{100}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{80}{100}=0.288$ احتمال الاجتياز في التمارين الثلاث

(2) $P(A\cap B\cap \bar{C})+P(A\cap \bar{B}\cap C)+P(\bar{A}\cap B\cap C)=\frac{60}{100}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{20}{100}+\frac{60}{100}\cdot\frac{40}{100}\cdot\frac{80}{100}+\frac{40}{100}\cdot\frac{60}{100}\cdot\frac{80}{100}=0.456$

(3) كي يحصل الممتحن على علامة اجتياز في الامتحان بأكمله على الممتحن ان يحصل على علامة اجتياز في تمرينين على الاقل من الثلاثة:

P (اجتياز في تمرينين بالامتحان) + P (اجتياز في تمرين الثلاثة) $=0.288+0.456=0.744$

بند أ (1) ، بند أ (2)

ب. معلوم ان احد الممتحنين حصل على علامة اجتياز
حدث D $P(D)=0.744$ (من أ (3))

$$P(A\cap B\mid D)=\frac{P(A\cap B)}{P(D)}=\frac{\frac{60}{100}\cdot\frac{60}{100}}{0.744}=\frac{15}{31}$$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٠ موعد ب - سؤال ٣

٣. يلعب سامي ثلاث ألعاب شيش بيش، الواحدة تلو الأخرى.

في كلّ لعبة يمكن أن يفوز سامي أو يخسر (لا يوجد تعادل).

إذا فاز سامي في إحدى الألعاب، فإنّ الاحتمال بأن يفوز في اللعبة التي تليها هو P ،

وإذا خسر في إحدى الألعاب، فإنّ الاحتمال بأن يخسر في اللعبة التي تليها هو P أيضًا.

معطى أنّ $P > 0.5$.

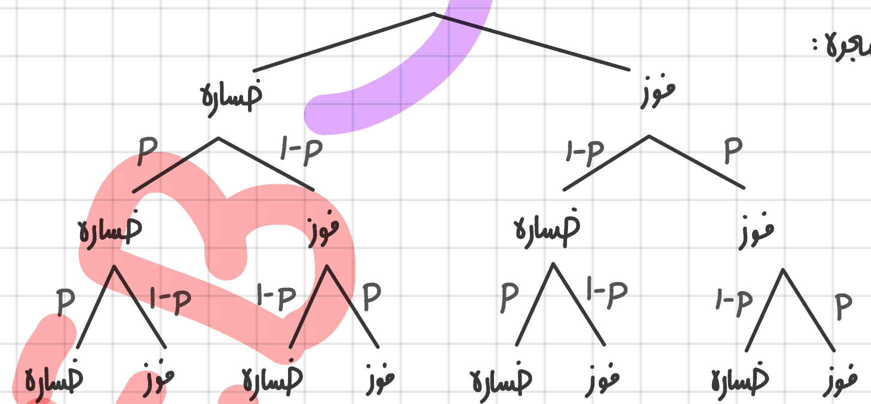
أ. إذا كان معلومًا أنّ سامي فاز في اللعبة الأولى:

(١) عبّر بدلالة P عن الاحتمال بأن يخسر سامي في اللعبة الثانية ويفوز في اللعبة الثالثة.

(٢) احسب P إذا كان معطى أيضًا أنّ الاحتمال بأن يفوز سامي في اللعبة الثالثة هو $\frac{13}{25}$.

ب. استعمِلْ قيمة P التي حسبتَها، واحسب الاحتمال بأن يفوز سامي في اللعبة الأولى، إذا كان معطى أنّ الاحتمال بأن يفوز سامي في الألعاب الثلاث هو 0.144 .

نبني شجرة:



أ. (1) لعبه اولى ثانية ثالثة

فوز خسارة فوز

$P = (1-p)(1-p) = (1-p)^2$

(2) الاحتمال بأن يفوز في اللعبه الثالثة:

لعبه اولى ثانيه ثالثة

فوز فوز فوز

فوز خسارة فوز

$P = p \cdot p = p^2$

$P = (1-p)(1-p) = (1-p)^2$

+

$p^2 + (1-p)^2 = \frac{13}{25} \longrightarrow p^2 + 1 - 2p + p^2 = \frac{13}{25}$

$2p^2 - 2p + \frac{12}{25} = 0 \longrightarrow p = \frac{2 \pm 0.4}{4}$

$p = 0.6$ (معطى $p > 0.5$)

$p = 0.4$ X

ب. نفرض x الاحتمال الفوز في اللعبه الاولى, احتمال الفوز في الالعاب الثلاث:

$x \cdot p \cdot p = 0.144$

نعوض $x \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.144$

$x = 0.4$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١١ - سؤال ٣

٣. توجد في مخزن أحد التجّار قبّعات تُصنع في ثلاثة مصانع: المصنع A ، المصنع B ، المصنع C . مخزون القبّعات كبير جدًّا.

$\frac{1}{2}$ القبّعات التي في المخزن تُصنع في المصنع A .

$\frac{1}{3}$ القبّعات التي في المخزن تُصنع في المصنع B .

باقي القبّعات التي في المخزن تُصنع في المصنع C . $\leftarrow 1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

5% من القبّعات التي تُصنع في المصنع A هي قبّعات تالفة. $\leftarrow p=\frac{5}{100}=0.05 \leftarrow \bar{p}=1-0.05=0.95$

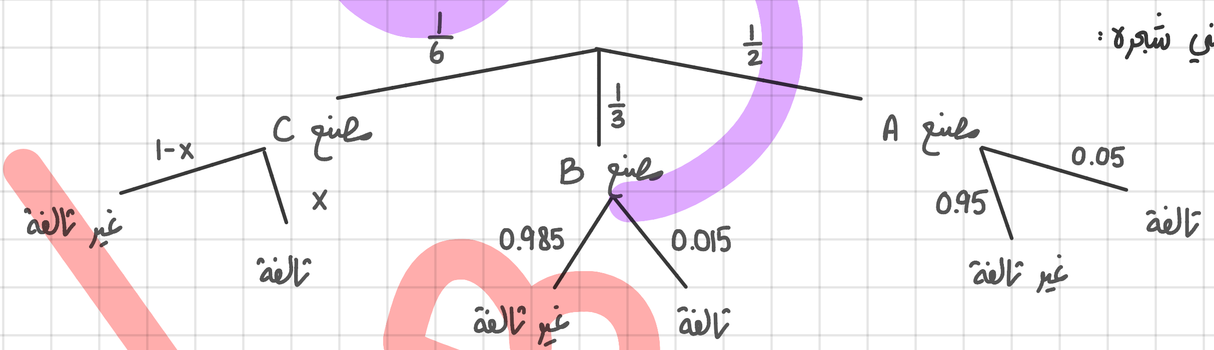
1.5% من القبّعات التي تُصنع في المصنع B هي قبّعات تالفة. $\leftarrow p=\frac{1.5}{100}=0.015 \leftarrow \bar{p}=1-0.015=0.985$

3.5% من القبّعات التي في المخزن هي قبّعات تالفة.

أ. نختار عشوائيًا قبّعة واحدة من القبّعات التي تُصنع في المصنع C .
ما هو الاحتمال بأن تكون القبّعة تالفة؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون على الأكثر قبّعة واحدة تالفة في عيّنة عشوائية فيها 6 قبّعات تُصنع في المصنع C ؟ 0 قبعات او قبعة واحدة تالفة

نبني شجرة:



او نبني جدول:

	مصنع A	مصنع B	مصنع C	مجموع
قبعة تالفة D	$\frac{5}{100}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{40}$	$\frac{1.5}{100}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{200}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{3.5}{100}=\frac{7}{200}$
قبعة غير تالفة $\bar{D}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{40}=\frac{19}{40}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{200}=\frac{196}{600}$	$\frac{49}{300}$	$\frac{193}{200}$
مجموع	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$	1

أ. حسب الجدول: $P(D|C)=\frac{P(D\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{1}{200}}{\frac{1}{6}}=\frac{3}{100}$

حسب الشجرة: نفرض ان x احتمال اختيار قبعة تالفة من مصنع C
معطى 3.5% من القبعات التي بالمخزن هي قبعات تالفة:

$P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D)=\frac{3.5}{100}$

$\frac{1}{2}\cdot 0.05+\frac{1}{3}\cdot 0.015+\frac{1}{6}\cdot x=\frac{3.5}{100}$

$\frac{1}{6}x=\frac{1}{200} \longrightarrow x=0.03$

ب. $n=6$ اختيار 6 قبعات من مصنع C
$p=0.03$ احتمال اخراج قبعة تالفة من مصنع C - "نجاح"
$q=0.97$ احتمال اخراج قبعة غير تالفة من مصنع C - "فشل"
$K=0,1$ عدد النجاحات المطلوب

$P=\binom{6}{0}\cdot 0.03^0\cdot 0.97^6+\binom{6}{1}\cdot 0.03^1\cdot 0.97^5=0.98754$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١١ - سؤال ٣

٣. نرمي مكعّبَي لعب متوازنين: المكعّب A والمكعّب B .

أ. ما هو الاحتمال بأن نحصل على الرقم 4 أو على الرقم 6 في المكعّب A
ونحصل أيضًا على الرقم 4 أو على الرقم 6 في المكعّب B ؟

ب. ما هو الاحتمال بأن نحصل على الرقم 4 أو على الرقم 6 في أحد المكعّبين على الأقلّ؟

جـ. نرمي المكعّبين A وَ B ستّ مرّات.
ما هو الاحتمال بأن نحصل في ثلاث رميات بالضبط على الرقم 4 أو على الرقم 6 في أحد المكعّبين على الأقلّ؟

"النجاح"

أ. $P(A)$ احتمال بأن نحصل على الرقم 4 او الرقم 6 في مكعّب A هو $P(A)=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$

$P(B)$ احتمال بأن نحصل على الرقم 4 او الرقم 6 في مكعّب B هو $P(B)=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$

الحدثين مستقلين اذاً : $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

ب.

مكعّب A

مكعّب ب

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

$P=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}=0.556$

ج. رمي المكعبين ست مرات $n=6$
احتمال "النجاح" (نبدب) $p=\frac{5}{9}$
احتمال "الفشل" $q=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$
عدد النجاحات المطلوب $K=3$

تجربة برنولي

$P=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{5}{9}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^3=0.30106$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١١ موعد ب - سؤال ٣

٣. أ. نرمي مكعّب لعب متوازنًا مرّة واحدة.

(١) ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3؟

(٢) هل الحدث "أن نحصل على عدد زوجي" والحدث "أن نحصل على عدد أكبر من 3" هما حدثان مستقلّان (غير متعلّقين)؟ علّل.

نرمي مكعّب لعب متوازنًا 3 مرّات.

ب. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3 في رميتَين بالضبط؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3، فقط في الرمية الأولى وفي الرمية الثالثة؟

د. ما هو الاحتمال بأن نحصل على عدد زوجي أكبر من 3 في الرمية الأولى وفي الرمية الثالثة؟

* عند رمي مكعّب، يوجد 6 امكانيات $\{1,2,3,4,5,6\}$

أ. (1) عدد زوجي اكبر من 3 ؛ النتائج الممكنة $\{4,6\}$ ← $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(2) A الحدث بأن نحصل على عدد زوجي $\{2,4,6\}$ ← $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

B الحدث بأن نحصل على عدد اكبر من 3 $\{4,5,6\}$ ← $P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$$P(A)\cdot P(B) \overset{?}{=} P(A\cap B)$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} \overset{?}{=} \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} \neq \frac{1}{3}$$

هم متعلقين (غير مستقلين)

ب. رمي المكعّب 3 مرات

تجربة برنوطي

$n=3$

احتمال الحصول على عدد زوجي أكبر من 3 - احتمال "النجاح" $p=\frac{1}{3}$

احتمال عدم الحصول على عدد زوجي أكبر من 3 - احتمال "الفشل" $q=\frac{2}{3}$

عدد النجاحات المطلوب $k=2$

$$P=\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{2}{9}=0.222$$

ج. الرميه الاولى، الثاني، الثالث
نجاح فشل نجاح ← $P=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{27}=0.074$

د. يوجد امكانيتين : رمي 1 , 2 , 3
نجاح نجاح نجاح
نجاح فشل نجاح

$$P=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}=0.111$$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٢ - سؤال ٣

٣. مصنع معيّن يُنتج حواسيب.

6% من الحواسيب التي تُنتَج في المصنع غير صالحة.

95% من الحواسيب الصالحة وَ 2% من الحواسيب غير الصالحة يتمّ تشخيصها من قِبل وحدة رقابة الجودة على أنّها صالحة.

أ. ما هو الاحتمال بأن يُشخَّص أحد الحواسيب على أنه صالح؟

تقوم وحدة رقابة الجودة بفحص كلّ حاسوب 4 مرّات. (الفحوص لا تتعلّق ببعضها البعض.)

إذا تمّ تشخيص الحاسوب 4 مرّات على أنه صالح، فإنّه يُباع وعليه شارة المصنع.

إذا تمّ تشخيص الحاسوب 3 مرّات على أنه صالح، فإنّه يُباع بسعر أقلّ وبدون شارة المصنع.

إذا تمّ تشخيص الحاسوب مرّتين على الأقلّ على أنه غير صالح، فإنّه يُحوَّل لإعادة التدوير.

ب. ما هو الاحتمال بأن يُباع حاسوب وعليه شارة المصنع؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يُحوَّل حاسوب إلى إعادة التدوير؟

دقّق في إجاباتك حتّى أربعة أرقام بعد الفاصلة العشرية.

جدول:

	حاسوب صالح A	حاسوب غير صالح $\bar{A}$	مجموع
شُخّص انه صالح B	$\frac{95}{100}\cdot 94\% = 89.3\%$	$\frac{2}{100}\cdot 6\% = 0.12\%$	89.42%
شُخّص انه غير صالح $\bar{B}$	4.7%	5.88%	10.58%
مجموع	94%	6%	100%

أ. $P(B) = 89.42\% = \frac{89.42}{100} = 0.8942$

* فحص كل حاسوب 4 مرات

تشخيص الحاسوب انه صالح - "نجاح"

تشخيص الحاسوب انه غير صالح - "فشل"

$\left.\begin{array}{l} n=4 \\ p=0.8942 \\ q=1-p=0.1058 \end{array}\right\}$ تجربة برنولي

$k=4$ 4 نجاحات $\Downarrow$ يباع وعليه اشارة المصنع

$k=3$ 3 نجاحات $\Downarrow$ يباع بسعر اقل وبدون اشارة المصنع

$k=2,1,0$ مرتين على الاقل فشل $\Downarrow$ يحوّل لاعادة تدوير

ب. $k=4 \longrightarrow P=\binom{4}{4}\cdot 0.8942^4\cdot 0.1058^0 = 0.6393$

ج. $k=2,3,4 \longrightarrow P=\binom{4}{2}\cdot 0.8942^2\cdot 0.1058^2+\binom{4}{3}\cdot 0.8942^3\cdot 0.1058^1+\binom{4}{4}\cdot 0.8942^4\cdot 0.1058^0$

$= 0.058$

3. توجد في مصنع لإنتاج لامبات الفلورسنت ثلاث آلات : A ، B ، C .

الآلة A تُنتِج 60% من اللامبات .

الآلة B تُنتِج 30% من اللامبات .

الآلة C تُنتِج 10% من اللامبات .

2% من اللامبات التي تُنتِجها الآلة A هي تالفة .

3% من اللامبات التي تُنتِجها الآلة B هي تالفة .

4% من اللامبات التي تُنتِجها الآلة C هي تالفة .

أ. (1) جد النسبة المئوية للّامبات التالفة في المصنع.

(2) نختار عشوائيًّا لامبة واحدة من بين اللامبات التالفة .

ما هو الاحتمال بأن تكون اللامبة التي اخترناها قد أنتجتها الآلة C ؟

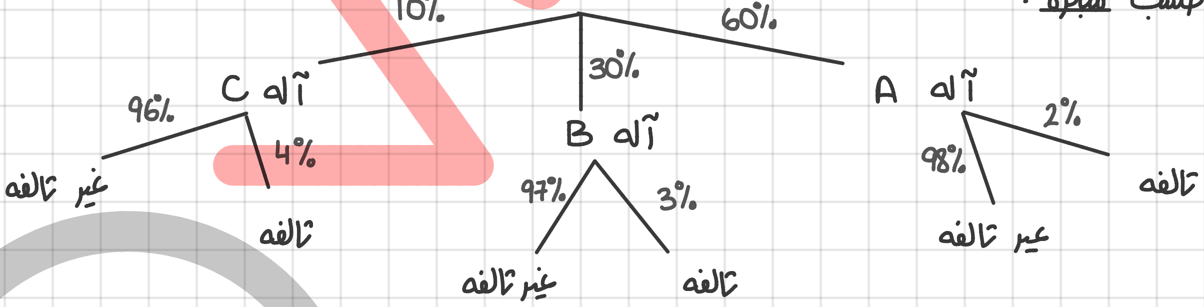
ب. نختار عشوائيًّا 5 لامبات من بين اللامبات التي يُنتِجها المصنع .

ما هو الاحتمال بأن تكون 3 منها على الأكثر صالحة؟

جدول:

	آلة A	آلة B	آلة C	مجموع
لامبة تالفة D	$\frac{2}{100}\cdot 60\% = 1.2\%$	$\frac{3}{100}\cdot 30\% = 0.9\%$	$\frac{4}{100}\cdot 10\% = 0.4\%$	2.5%
لامبة غير تالفة $\bar{D}$	58.8%	29.1%	9.6%	97.5%
مجموع	60%	30%	10%	100%

او حسب شجرة :



أ. (1) حسب الجدول $P(D) = 2.5\%$

حسب الشجرة $P = 10\%\cdot 4\% + 30\%\cdot 3\% + 60\%\cdot 2\% = 2.5\%$

أ. (2) $P(C|D) = \frac{P(C\cap D)}{\underset{\text{من بند أ1}}{P(D)}} = \frac{0.4\%}{2.5\%} = \boxed{0.16}$

ب. $n=5$ اختيار 5 لاصبات

$P(\bar{D}) = p = \frac{97.5}{100} = 0.975$ احتمال "النجاح" - احتمال ان تكون صالحة

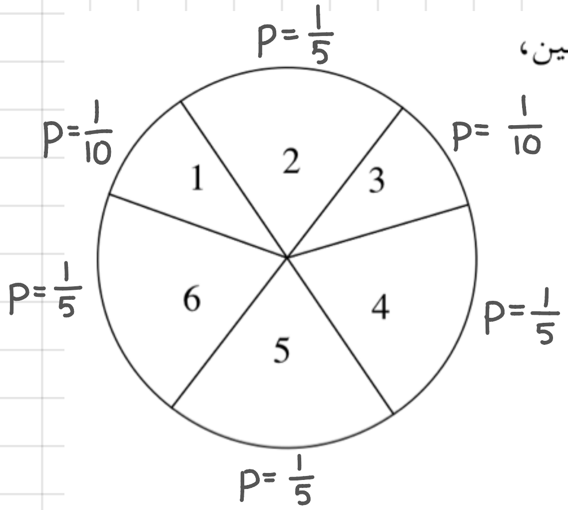
$q = 0.025$ احتمال "الفشل" - احتمال ان تكون غير صالحة

$k=0,1,2,3$ عدد النجاحات المطلوب: 3 صنوج على الاكثر

تجربة برنولي

الاحتمال المطلوب $= \binom{5}{0}\cdot 0.975^0\cdot 0.025^5 + \binom{5}{1}\cdot 0.975^1\cdot 0.025^4 + \binom{5}{2}\cdot 0.975^2\cdot 0.025^3 + \binom{5}{3}\cdot 0.975^3\cdot 0.025^2$

$= \boxed{0.0059}$



3. دولاب لعب متوازن مقسّم إلى ستّة قطاعات. على القطاعين، اللذين كلّ واحد منهما هو $\frac{1}{10}$ من الدائرة، مسجّل الرقمان 1 وَ 3، وعلى 4 القطاعات، التي كلّ واحد منها هو $\frac{1}{5}$ من الدائرة، مسجّلة الأرقام 2، 4، 5، 6، كما هو موصوف في الرسم.

عندما نُدير الدولاب، فإنّه يتوقّف على أحد الأرقام (وليس على الخطّ الذي بين القطاعات).

أ. نُدير الدولاب مرّة واحدة.
ما هو الاحتمال بأن يتوقّف الدولاب على رقم زوجي؟

نُدير الدولاب 5 مرّات.

ب. (1) ما هو الاحتمال بأن يتوقّف الدولاب على رقم زوجي مرّتين على الأكثر؟
(2) معلوم أنّ الدولاب قد توقّف على رقم زوجي مرّتين على الأكثر.
ما هو الاحتمال بأن يكون الدولاب قد توقّف على رقم زوجي مرّتين بالضبط؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن يتوقّف الدولاب على رقم زوجي فقط في المرّة الأولى وفي المرّة الأخيرة؟

أ. رقم زوجي $= \{2,4,6\}$ $\quad P = p_2 + p_4 + p_6 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$

ب. (1)
نُدير الدولاب 5 مرات $n=5$
التوقف على عدد زوجي "نجاح" $p=0.6$
الفشل "فشل" $q=0.4$
عدد النجاحات المطلوب: مرتين على الأكثر $K=0,1,2$

تجربة برنولي

$$P = \binom{5}{0}\cdot 0.6^0\cdot 0.4^5 + \binom{5}{1}\cdot 0.6^1\cdot 0.4^4 + \binom{5}{2}\cdot 0.6^2\cdot 0.4^3 = 0.31744$$

(2)
$$P\Big(\underbrace{\text{الدولاب توقف على رقم زوجي مرتين}}_{\substack{k=2\\ (\text{حسب بند } 1)}} \,\Big|\, \underbrace{\text{الدولاب توقف على رقم زوجي مرتين على الاكثر}}_{k=0,1,2}\Big) = \frac{P(\text{توقف الدولاب على عدد زوجي مرتين})}{\underbrace{P(\text{الدولاب توقف على رقم زوجي مرتين على الاكثر})}_{\text{بند } 1}} = \frac{\binom{5}{2}\cdot 0.6^2\cdot 0.4^3}{0.31744} = 0.7258$$

ج. الاحتمال بأن يتوقّف الدولاب على رقم زوجي فقط في المرة الاولى وفي المرة الاخيرة
$$= P = \underset{\text{نجاح}}{0.6}\cdot\underset{\text{فشل}}{0.4}\cdot\underset{\text{فشل}}{0.4}\cdot\underset{\text{فشل}}{0.4}\cdot\underset{\text{نجاح}}{0.6} = 0.02304$$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٣ - سؤال ٣

3. يوجد في ثلاث عُلَب A وَ B وَ C كرات سوداء وكرات بيضاء.

يوجد في العلبة A كرتان سوداوان وَ 3 كرات بيضاء.

يوجد في العلبة B 3 كرات سوداء وَ كرتان بيضاوان.

يوجد في العلبة C 4 كرات سوداء وكرة واحدة بيضاء.

أ. نختار علبة بشكل عشوائي، ونُخرج منها بشكل عشوائي كرة واحدة.

احتمال اختيار اي علبه : $\frac{1}{3}$

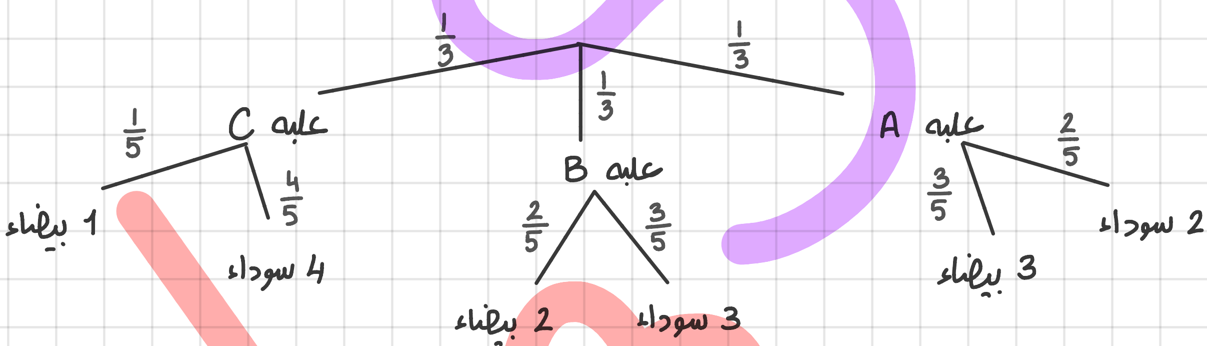
(1) ما هو الاحتمال بأن نُخرج كرة بيضاء؟

(2) معلوم أنّنا أخرجنا كرة بيضاء.

ما هو الاحتمال بأن تكون الكرة قد أُخرجت من العلبة B ؟

ب. نُخرج بشكل عشوائي من العلبة C كرتَيْن الواحدة تلو الأخرى بدون إعادة.

ما هو الاحتمال بأن لا تبقى في العلبة C كرة بيضاء بعد إخراج الكرتين؟



أ. (1) اخراج كرة بيضاء $P = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$

(2) احتمال المشروط

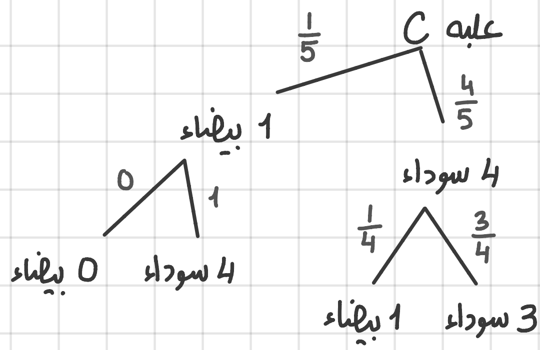
$$P\left(\text{اخرجنا كرة من العلبة B} \mid \text{اخرجنا كرة بيضاء}\right) = \frac{P(\text{اخرجنا كرة من العلبه ب وهي ايضا بيضاء})}{P(\text{اخراجنا كرة بيضاء})} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}}{0.4} = \frac{1}{3} = 0.33$$

بند أ (1)

ب.

حسب الشجرة - كي لا تبقى في العلبه C كرة بيضاء بعد اخراج كرتين : يجب اخراج كرة سوداء وثم كرة بيضاء او اخراج كرة بيضاء وثم كرة سوداء.

$$\text{الاحتمال} = \frac{1}{5}\cdot 1 + \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{2}{5} = 0.4$$



بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٣ - سؤال ٣

3. يُصدِّر أحد المُزارعين زهورًا بيضاء وزهورًا حمراء. في مخزن المُزارع:

$\frac{1}{12}$ من الزهور البيضاء هي جوريّة. ← $\frac{1}{12}\cdot x\%$

$\frac{2}{3}$ الزهور الحمراء هي جوريّة. ← $\frac{2}{3}(100-x)\%$

25% من مجمل الزهور هي جوريّة، والباقي سوسن.

أ. نختار عشوائيًّا زهرة من بين الزهور التي في المخزن.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون الزهرة حمراء؟

(2) ما هو الاحتمال بأن تكون الزهرة حمراء إذا كان معلومًا أنّها جوريّة؟

ب. معطى أنّ عدد الجوريّات الحمراء في المخزن هو 300.

ما هو عدد الزهور في المخزن؟

* نعرّف نسبة الزهور البيضاء $x\%$

↓

نسبة الزهور الحمراء $(100-x)\%$

جدول:

	بيضاء A	حمراء $\bar{A}$	مجموع
جورية B	$\frac{1}{12}\cdot x\%$	$\frac{2}{3}(100-x)\%$	25%
سوسن $\bar{B}$			75%
مجموع	$x\%$	$(100-x)\%$	100%

← $25=\frac{2}{3}(100-x)+\frac{1}{12}\cdot x \quad /\cdot 12$

$300=8(100-x)+x$

$300=800-8x+x$

$-500=-7x$

$x=71.42\%$

⇓

	بيضاء A	حمراء $\bar{A}$	مجموع
جورية B	5.95%	19.05%	25%
سوسن $\bar{B}$	65.53%	9.47%	75%
مجموع	71.42%	28.58%	100%

أ. (1) $P(\bar{A})=0.285$

(2) $P(\bar{A}|B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{19.05\%}{25\%}=0.762$

ب. x عدد الزهور في المخزن

$x\cdot 19.05\%$ عدد الجوريات الحمراء في المخزن

$\frac{19.05}{100}\cdot x=300 \quad /\cdot\frac{100}{19.05}$

$x=1574.8\approx 1575$ زهور

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٣ موعد ب - سؤال ٣

3. معلوم أنّ احتمال النجاح في امتحان السياقة العمليّ (التست) أكبر بـ 0.2 من احتمال عدم النجاح فيه.

أ. ما هو احتمال النجاح في امتحان السياقة العمليّ؟

ب. رائد وشادي ولؤي ويوسف هم 4 أشخاص اختيروا عشوائيًّا من بين الممتحَنين في امتحان السياقة العمليّ.

(1) ما هو الاحتمال بأن ينجح اثنان منهم بالضبط في امتحان السياقة العمليّ؟

(2) معلوم أنّ اثنين منهم فقط نجحا في امتحان السياقة العمليّ.
ما هو الاحتمال بأن يكون هؤلاء الاثنان هما رائد وشادي؟

(3) هل الاحتمال* بأن ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة في امتحان السياقة العمليّ أكبر من الاحتمال** بأن لا ينجح على الأقلّ واحد من الأربعة في امتحان السياقة العمليّ؟
علّل.

أ.

احتمال الفشل $q = x$ ، احتمال النجاح $p = x+0.2$

$\Rightarrow p+q=1$

$x+0.2+x=1$

$2x=0.8$

$x=0.4$

$\Rightarrow$ احتمال النجاح: $p=0.6$

ب. (1) $n=4$ 4 اشخاص

$p=0.6$ احتمال النجاح

$q=0.4$ احتمال الفشل

$k=2$: عدد النجاحات المطلوبة

تجربة برنولي

الاحتمال $= \binom{4}{2}\cdot 0.6^2\cdot 0.4^2 = 0.346$

(2) احتمال مشروط

$$P\left(\text{رائد وشادي نجحوا فقط} \mid \text{اثنين نجحوا من الاربعة}\right) = \frac{P\left(\text{رائد وشادي نجحوا ولؤاي ويوسف لم ينجحوا}\right)}{P(\text{اثنين نجحوا من الاربعة})}$$

بند ب1

$$= \frac{0.6\cdot 0.6\cdot 0.4\cdot 0.4}{0.346}$$

$$= \frac{1}{6} = 0.1667$$

(3) نحسب كل احتمال:

* (ينجح على الأقل واحد)

تجربة برنولي

$n=4$

$p=0.6$ (احتمال ينجح)

$q=0.4$

$k=1,2,3,4$

او كل الاحتمالات ما عدا $k=0$

$1-\binom{4}{0}\cdot 0.6^0\cdot 0.4^4 = 0.9744$

$>$

** (لا ينجح على الأقل واحد)

تجربة برنولي

$n=4$

$p=0.4$ (احتمال لا ينجح)

$q=0.6$

$k=1,2,3,4$

او كل الاحتمالات ما عدا $k=0$

$1-\binom{4}{0}\cdot 0.4^0\cdot 0.6^4 = 0.8704$

السؤال 3

يتنافس كلّ من عرين وأكرم وسامي على منصب رئيس مجلس الطلّاب في المدرسة .
أمامك نتائج استطلاع للرأي أُجري قبل الانتخابات بين طلّاب المدرسة .

المتنافس	عرين	أكرم	سامي
عدد الأولاد المؤيِّدين	100	200	100
عدد البنات المؤيِّدات	200	150	50

(كلّ طالب يؤيّد أحد المتنافسين بالضبط .)

أ . نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع .
ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيّدًا لأكرم؟

ب . نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع .
معلوم أنّه يؤيّد عرين .
ما هو الاحتمال بأن يكون هذا المؤيّد بنتًا؟

جـ . (1) نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) من المشاركين في الاستطلاع .
معلوم أنّه لا يؤيّد عرين .
ما هو الاحتمال بأن يكون مؤيّدًا لسامي؟

(2) نختار بشكل عشوائيّ 5 طلّاب (أولاد / بنات) من الذين لا يؤيّدون عرين .
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ واحد منهم مؤيّدًا لسامي؟
(المحاولات هي مستقلّة (ليست متعلّقة) .

إجابة السؤال 3

أ . حيّز العيّنة مكوّن من جميع المشاركين في الاستطلاع، الذي هو حسب الجدول : 800 طالب

عدد الطلّاب المؤيّدين لأكرم هو حسب الجدول : $200 + 150 = 350$

لذلك الاحتمال المطلوب هو : $P(\text{مؤيِّد لأكرم}) = \frac{350}{800} = \frac{7}{16}$

ب . حيّز العيّنة مكوّن من جميع الطلّاب المؤيّدين لعرين، الذي هو حسب الجدول : $100 + 200 = 300$

عدد البنات المؤيّدات لعرين هو : 200

لذلك الاحتمال المطلوب هو : $P\left(\text{بنت} \Big/ \substack{\text{مؤيّد}\\\text{لعرين}}\right) = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$

جـ . (1) حيّز العيّنة مكوّن من جميع الطلّاب الذين لا يؤيّدون عرين، الذي هو : $800 - 300 = 500$

عدد المشاركين في الاستطلاع المؤيّدين لسامي هو : $100 + 50 = 150$

لذلك الاحتمال المطلوب هو : $P\left(\substack{\text{مؤيّد}\\\text{لسامي}} \Big/ \substack{\text{غير مؤيّد}\\\text{لعرين}}\right) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$

(2) الاحتمال بأن يكون على الأقلّ واحد مؤيّدًا لسامي هو :

$$P\left(\substack{\text{واحد على الأقلّ}\\\text{مؤيّد لسامي}}\right) = 1 - P_5(0)$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\substack{\text{واحد على الأقلّ}\\\text{مؤيّد لسامي}}\right) = 1 - \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^5 = 0.8319$$

/ يتبع في صفحة 6 /

السؤال 3

أجروا استطلاعًا للرأي لعدد كبير من الطلّاب. فحص الاستطلاع كم طالبًا يرغب في مواصلة تعليمه الجامعيّ.

حسب نتائج الاستطلاع، 60% من المشتركين في الاستطلاع (أولاد/بنات) يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ.

عدد البنات اللواتي اشترَكْنَ في الاستطلاع هو 3 أضعاف عدد الأولاد الذين اشتركوا في الاستطلاع.

معلوم أنّ 80% من الأولاد الذين اشتركوا في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ.

أ. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا (ولدًا / بنتًا) اشترك في الاستطلاع.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت ترغب في مواصلة تعليمها الجامعيّ؟

(2) معلوم أنّه اختيرت بنت.

ما هو الاحتمال بأن تكون راغبة في مواصلة تعليمها الجامعيّ؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ 5 طلّاب (أولاد / بنات) من بين المشتركين في الاستطلاع.

ما هو الاحتمال بأن يكون 4 منهم على الأقلّ يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ؟

إجابة السؤال 3

أ. عدد البنات في الاستطلاع هو 3 أضعاف عدد الأولاد، لذلك يتحقّق:

$$3 \cdot P(\text{ولد}) = P(\text{بنت})$$

كلّ مشترك في الاستطلاع هو ولد أو بنت، لذلك:

$$P(\text{ولد}) + P(\text{بنت}) = 1$$

$$\Downarrow$$

$$4 \cdot P(\text{ولد}) = 1$$

$$P(\text{ولد}) = \frac{1}{4} = 0.25 \quad , \quad P(\text{بنت}) = \frac{3}{4} = 0.75$$

60% من المشتركين في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ، لذلك يتحقّق:

$$P\left(\begin{matrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعيّ}\end{matrix}\right) = 0.6$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{لا يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعيّ}\end{matrix}\right) = 0.4$$

80% من الأولاد المشتركين في الاستطلاع يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ، لذلك يتحقّق:

$$P\left(\begin{matrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعيّ}\end{matrix} \Big/ \text{ولد}\right) = 0.8$$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{يرغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعيّ}\end{matrix} \cap \text{ولد}\right) = 0.8 \cdot 0.25 = 0.2$$

/يتبع في صفحة 6/

تكملة إجابة السؤال 3.

تركيز المعطيات في جدول ثنائيّ الأبعاد وحساب الاحتمالات في الجدول التالي:

	يرغب في مواصلة تعليمه الجامعيّ	لا يرغب في مواصلة تعليمه الجامعيّ	
ولد	0.2	0.05	0.25
بنت	0.4	0.35	0.75
	0.6	0.4	1

(1) الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت ترغب في مواصلة تعليمها الجامعيّ هو:

$$P\left(\text{بنت} \cap \begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمه الجامعيّ}\end{matrix}\right) = 0.6 - 0.2 = 0.4$$

(2) معلوم أنّه اختيرت بنت.
الاحتمال بأنّها ترغب في مواصلة تعليمها الجامعيّ هو:

$$P\left(\begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمها الجامعيّ}\end{matrix} \middle/ \text{بنت}\right) = \frac{P\left(\text{بنت} \cap \begin{matrix}\text{ترغب في مواصلة}\\ \text{تعليمها الجامعيّ}\end{matrix}\right)}{P(\text{بنت})} = \frac{0.4}{0.75} = 0.53$$

ب. اختير 5 طلّاب من المشتركين في الاستطلاع.
الاحتمال بأن يكون 4 منهم على الأقلّ يرغبون في مواصلة تعليمهم الجامعيّ هو:

$$P\left(\begin{matrix}\text{4 على الأقلّ يرغبون في}\\ \text{مواصلة تعليمهم الجامعيّ}\end{matrix}\right) = P\left(\begin{matrix}\text{4 بالضبط يرغبون في}\\ \text{مواصلة تعليمهم الجامعيّ}\end{matrix}\right) + P\left(\begin{matrix}\text{5 بالضبط يرغبون في}\\ \text{مواصلة تعليمهم الجامعيّ}\end{matrix}\right) =$$

$$= \binom{5}{4}0.6^4 \cdot 0.4^1 + \binom{5}{5}0.6^5 \cdot 0.4^0 = 0.33696$$

/ يتبع في صفحة 7 /

السؤال 3

أجرى قسم التربية في مدينة كبيرة استطلاعًا للرأي شارك فيه جميع المعلّمين الذين يعلّمون في المؤسّسات التعليميّة في المدينة.

سُئل المعلّمون ما هي الساعة التي يفضّلون بدء اليوم التعليميّ فيها:
الساعة 8:00 أم الساعة 9:00 .

$\frac{1}{5}$ المشاركين في الاستطلاع هم نساء يُفضّلن بدء التعليم في الساعة 8:00 .

$\frac{1}{4}$ النساء اللواتي شارَكْنَ في الاستطلاع يُفضّلن بدء التعليم في الساعة 8:00 .

$\frac{1}{2}$ الرجال الذين شاركوا في الاستطلاع يُفضّلون بدء التعليم في الساعة 8:00 .

أ. نختار بشكل عشوائيّ معلّمًا (رجلاً/امرأة) من بين المشاركين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأنّه يُفضّل بدء التعليم في الساعة 8:00 ؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ من بين المشاركين في الاستطلاع معلّمًا (رجلاً/امرأة) يُفضّل بدء التعليم في الساعة 9:00 .
ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت امرأة؟

جـ. نختار عشوائيًّا 5 معلّمين (رجالاً/نساءً) من بين المشاركين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأن يكون واحد منهم بالضبط يُفضّل بدء التعليم في الساعة 9:00 ؟

إجابة السؤال 3

نرمز: A – مجموعة النساء
B – مجموعة الذين يفضّلون البدء في الساعة 8:00

أ. حسب المعطى:

$$P(B \cap A) = \frac{1}{5} \qquad P(B/A) = \frac{1}{4}$$
$$\Downarrow$$
$$P(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(B/A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$
$$\Downarrow$$
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{5}$$

حسب المعطى $P(B/\overline{A}) = \frac{1}{2}$ ، لذلك: $P(B \cap \overline{A}) = P(B/\overline{A}) \cdot P(\overline{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$$
$$\Downarrow$$

احتمال اختيار معلّم يفضّل البدء في الساعة 8:00 هو: $P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

/يتبع في صفحة 6/

تكملة إجابة السؤال 3.

ب. الاحتمال المطلوب هو: $P(A/\overline{B})$

$$P(A/\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\Downarrow$$

$$P(A \cap \overline{B}) = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

من هنا: $$P(A/\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}} = \frac{6}{7}$$

جـ. وجدنا أنّ احتمال اختيار معلّم يفضّل البدء في الساعة 9:00 هو: $P(\overline{B}) = \frac{7}{10}$

لذلك الاحتمال المطلوب هو: $P_5(1) = \binom{5}{1} \cdot \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^4 = 0.02835$

/يتبع في صفحة 7/

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٥ - سؤال ٣

3. يوجد في الكيس "أ" 7 مناديل صفراء وَ 5 مناديل حمراء.

يوجد في الكيس "ب" 10 مناديل: قسم منها صفراء والباقي حمراء.

أخرجوا بشكل عشوائيّ منديلاً واحدًا من الكيس "أ" ومنديلاً واحدًا من الكيس "ب".

الاحتمال بأن يكون المنديلان أصفرَيْن هو $\frac{7}{40}$.

أ. كم منديلاً أصفر كان في الكيس "ب"؟

ب. يُعيدون كلّ واحد من المنديلَيْن إلى الكيس الذي أُخرج منه، ويُخرِجون بشكل عشوائيّ منديلاً من الكيس "أ" ومنديلاً من الكيس "ب".

(صفراء حمراء او حمراء صفراء)

معلوم أنّ المنديلَيْن اللذين أُخرجا لوناهما مختلفان.

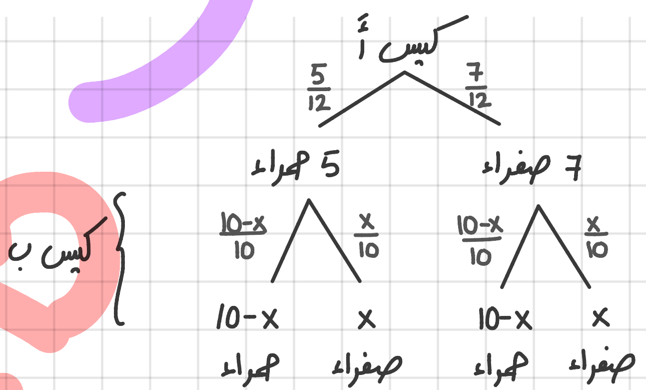
ما هو الاحتمال بأن يكون المنديل الذي أُخرج من الكيس "ب" أصفر؟

جـ. يُعيدون مرّة ثانية كلّ واحد من المنديلَيْن إلى الكيس الذي أُخرِج منه.

يختارون كيسًا بشكل عشوائيّ، ويُخرجون منه منديلَيْن بشكل عشوائيّ وبدون إعادة.

احتمال اختيار اي كيس هو $\frac{1}{2}$

ما هو الاحتمال بأن يكون المنديلان أحمرَيْن؟



أ. احتمال اخراج منديل اصفر من كيس أ ومن كيس ب :

$$\frac{7}{12}\cdot\frac{x}{10}=\frac{7}{40}$$

$$\frac{7x}{120}=\frac{7}{40} \quad \Big/ \cdot \frac{120}{7}$$

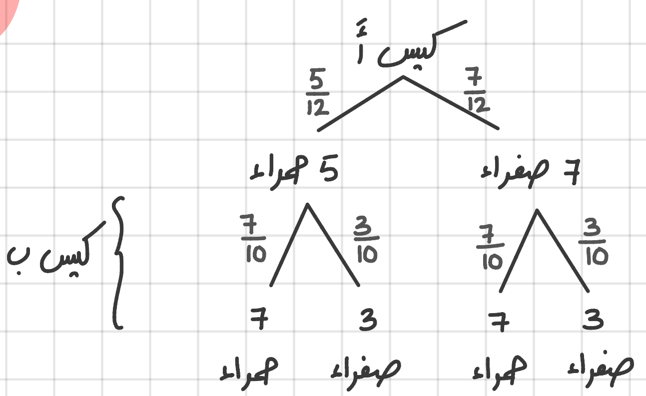
$x=3$ 3 مناديل صفراء

ب. احتمال مشروط

$P($المنديل من كيس ب هو الصفر $|$ المنديلين لونهما مختلفات$)$

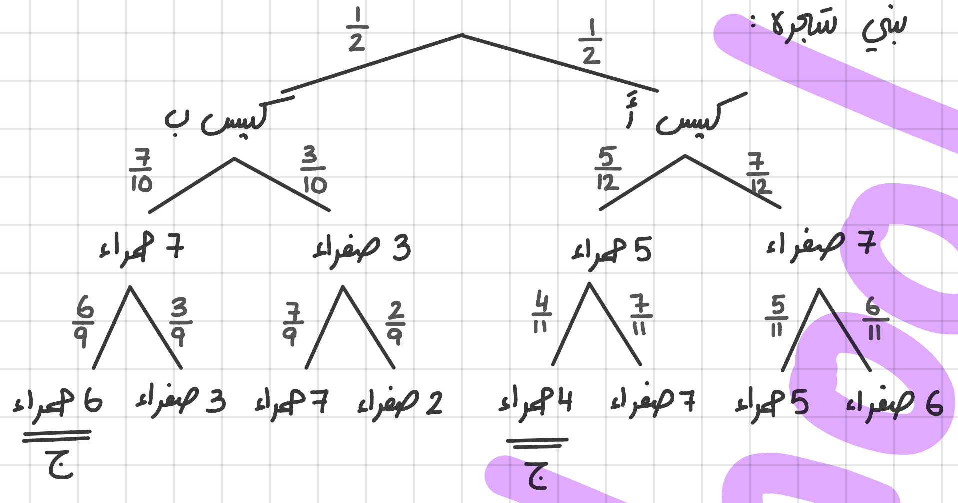
$$= \frac{P(\text{المنديل من أ هو الاحمر ومن ب هو الصفر})}{P(\text{المنديلين لونهما مختلفات})}$$

$$= \frac{\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{10}}{\frac{7}{12}\cdot\frac{7}{10}+\frac{5}{12}\cdot\frac{3}{10}} = \frac{15}{64} = 0.234$$



ج.

نبني شجرة :



الاحتمال المطلوب $= \frac{1}{2}\cdot\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9} + \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11} = \frac{17}{55} = 0.309$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٥ - سؤال ٣

3. في العلبة I توجد 3 كرات حمراء وَ 6 كرات خضراء.

في العلبة II توجد 12 كرة حمراء وَ 4 كرات خضراء.

نختار علبة بشكل عشوائيّ، ونُخرِج منها كرتَيْن الواحدة تلو الأخرى (بدون إعادة).

اي احتمال اختيار كل علبة : $\frac{1}{2}$

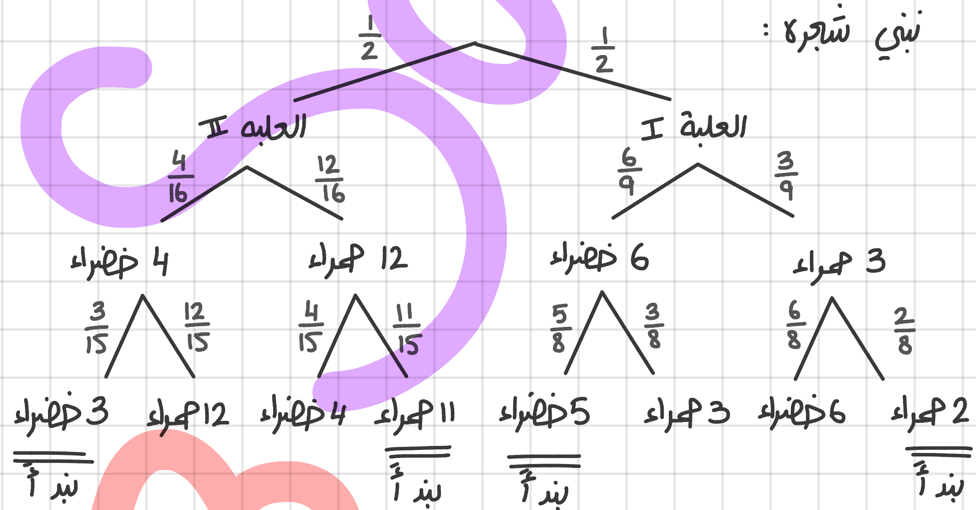
أ. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان بنفس اللون؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون الكرتان بلونين مختلفين؟

جـ. معلوم أنّ الكرتين كانتا بنفس اللون.

ما هو الاحتمال بأن تكونا قد أُخرجتا من العلبة I ؟

نبني شجرة :



أ. اخراج كراتان بنفس اللون A

$$P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{16}\cdot\frac{11}{15}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{16}\cdot\frac{3}{15}=0.55$$

ب. اختيار كرتان بلونين مختلفين $\longrightarrow$ عدم اختيار كرتان بنفس اللون $\bar{A}$

$$P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.55=0.45$$

ج. احتمال مشروط

$$P\left(\text{أخرجنا كرتين من العلبة I}\ \middle|\ \text{الكرتين بنفس اللون}\right)=\frac{P\left(\text{الكرتين بنفس اللون ومن العلبة I}\right)}{P\left(\text{الكرتين بنفس اللون}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}}{0.55}=\frac{5}{11}=0.454$$

من بند أ

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٥ موعد ب - سؤال ٣

3. اثنان من الطلّاب (أولاد / بنات) في جامعة كبيرة مرشّحان لمنصب رئيس اتّحاد الطلّاب في الجامعة .

40% من الطلّاب هم أولاد، والباقي بنات .

$\frac{3}{4}$ الأولاد يؤيّدون المرشّح "أ" ، والباقي يؤيّدون المرشّح "ب" .

$\frac{1}{3}$ البنات يؤيّدن المرشّح "ب" ، والباقي يؤيّدن المرشّح "أ" .

أ. جد النسبة المئويّة لمؤيّدي المرشّح "أ" .

ب. اختير من بين الطلّاب بشكل عشوائيّ، مؤيّد للمرشّح "أ" (ولد / بنت).
ما هو الاحتمال بأن تكون قد اختيرت بنت؟

جـ. اختاروا بشكل عشوائيّ 4 طلّاب في الجامعة (أولاد / بنات).
ما هو الاحتمال بأن يكون أكثر من نصفهم يؤيّدون المرشّح "أ"؟

نفرض: ←

A ولد

$\bar{A}$ بنت

B مؤيّد المرشّح أ

$\bar{B}$ مؤيّد المرشّح ب

جدول:

	ولد A	بنت $\bar{A}$	مجموع
مؤيد المرشح أ B	$\frac{3}{4}\cdot 40\% = 30\%$	40%	70%
مؤيد المرشح ب $\bar{B}$	10%	$\frac{1}{3}\cdot 60\% = 20\%$	30%
مجموع	40%	60%	100%

أ. $P(B)\% = 70\%$

ب. معلوم انّ الطالب مؤيد المرشح أ
⇐ احتمال مشروط

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{40/100}{70/100} = 0.571$$

ج. اختيار 4 طلاب $n=4$

الاحتمال بأن يؤيدوا المرشح أ - احتمال "النجاح" $p=0.7$

احتمال "الفشل" $q=0.3$

عدد النجاحات المطلوب (أكثر من نصفهم) $k=3,4$

تجربة برنولي

$$\text{الاحتمال} = \binom{4}{3}\cdot 0.7^3\cdot 0.3^1 + \binom{4}{4}\cdot 0.7^4\cdot 0.3^0$$
$$= 0.6517$$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٦ - سؤال ٣

3. يوجد في علبة معيّنة كرات بثلاثة ألوان: كرتان حمراوان وكرتان زرقاوان وكرة واحدة بيضاء.

نُخرِج من العلبة كرتين بدون إعادة.

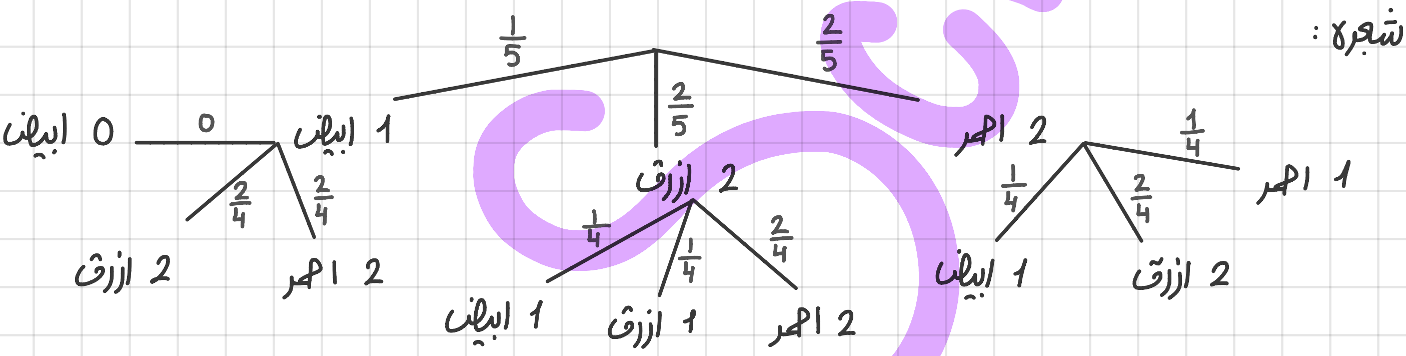
أ. ما هو الاحتمال بأن نُخرِج كرتين بلونين مختلفين؟

ب. معلوم أنّنا أخرجنا كرتين بلونين مختلفين.

ما هو الاحتمال بأن تكون إحدى الكرتين بيضاء والكرة الأخرى حمراء؟

جـ. ما هو الاحتمال بأن تبقى في العلبة كرات بالألوان الثلاثة، بعد إخراج الكرتين؟

شجرة:



أ. احتمال اخراج كرتين بلونين مختلفين

= احتمال عدم اخراج كرتين بلونين متشابهين $= 1 - P($احمر+احمر او ازرق+ازرق$) = 1-\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}\right) = 0.8$

ب. $P\big($كرة بيضاء وحمراء $\overset{A}{}$ | الكرتين لونين مختلفين $\overset{B}{}\big) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(\text{ابيض+احمر او احمر+ابيض})}{0.8}$

بند أ

$= \frac{\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}}{0.8} = \frac{1}{4}$

ج. الاحتمال بأن تبقى في العلبة كرات بالألوان الثلاثة بعد اخراج الكرتين = الاحتمال لاخراج كرة حمراء وكرة زرقاء

$P($احمر+ازرق او ازرق+احمر$) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = 0.4$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٦ - سؤال ٣

نجحوا في الامتحان A

لم ينجحوا في الامتحان $\bar{A}$

3. من أجل القبول لعلوم الحاسوب في الجامعة يجب النجاح في امتحان الدخول.
تقدّم للامتحان عدد كبير من خرّيجي المدارس الثانويّة: خرّيجون تعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة، وخرّيجون لم يتعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة.

تعلموا علم الحاسوب B

لم يتعلموا علم الحاسوب $\bar{B}$

* النسبة المئويّة للممتحَنين الذين تعلّموا علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة هي 3 أضعاف النسبة المئويّة للممتحَنين الذين لم يتعلّموا علم الحاسوب. ← $P(B)=3\cdot P(\bar{B})$

** النسبة المئويّة للممتحَنين الذين نجحوا في الامتحان كانت 4 أضعاف النسبة المئويّة للممتحَنين الذين لم ينجحوا فيه. ← $P(A)=4\cdot P(\bar{A})$

النسبة المئويّة للممتحَنين الذين نجحوا في الامتحان وأيضًا تعلّموا علم الحاسوب كانت 65%. ← $P(A\cap B)=0.65$

أ. ما هو الاحتمال بأن نختار بشكل عشوائيّ من بين الممتحَنين خرّيجَ مدرسة ثانويّة لم يتعلّم علم الحاسوب ونجح في الامتحان؟

ب. معلوم أنّ ممتحَنًا معيّنًا نجح في الامتحان.
ما هو الاحتمال بأنّه لم يتعلّم علم الحاسوب في المدرسة الثانويّة؟

جـ. نختار بشكل عشوائيّ ممتحَنَيْن اثنين.
ما هو الاحتمال بأنّ واحدًا منهما على الأكثر قد نجح في الامتحان؟

جدول:

	نجحوا بالامتحان A	لم ينجحوا بالامتحان $\bar{A}$	المجموع
تعلموا علم الحاسوب B	0.65	0.1	0.75
لم يتعلموا علم الحاسوب $\bar{B}$	0.15	0.1	0.25
المجموع	0.8	0.2	1

نفرض: $P(B)=x \leftarrow P(\bar{B})=1-x$

من (*): $P(B)=3\cdot P(\bar{B})$

$x=3(1-x)$

$x=3-3x$

$4x=3$

$x=\frac{3}{4}=0.75$

نفرض: $P(A)=y \leftarrow P(\bar{A})=1-y$

من (**): $P(A)=4\cdot P(\bar{A})$

$y=4(1-y)$

$y=4-4y$

$5y=4$

$y=\frac{4}{5}=0.8$

أ. $P(\bar{B}\cap A)=0.15$

ب. $P(\bar{B}|A)=\frac{P(\bar{B}\cap A)}{P(A)}=\frac{0.15}{0.8}=0.1875$

ج. $n=2$ اختيار ممتحنين

$p=0.8$ احتمال "النجاح" (النجاح بالامتحان)

$k=1$ أو $k=0$ عدد النجاحات المطلوبة

$P=\binom{2}{0}0.8^0\cdot 0.2^2+\binom{2}{1}0.8^1\cdot 0.2^1=0.36$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٦ موعد ب - سؤال ٣

.3 اشترى شادي علبة فيها كرات تنس بلونين: 4 كرات صفراء وَ 6 كرات خضراء.

أخرج شادي من العلبة بشكل عشوائيّ 3 كرات الواحدة تلو الأخرى (بدون إعادة).

أ. (1) ما هو الاحتمال بأن يكون شادي قد أخرج 3 كرات صفراء؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون شادي قد أخرج 3 كرات بنفس اللون؟

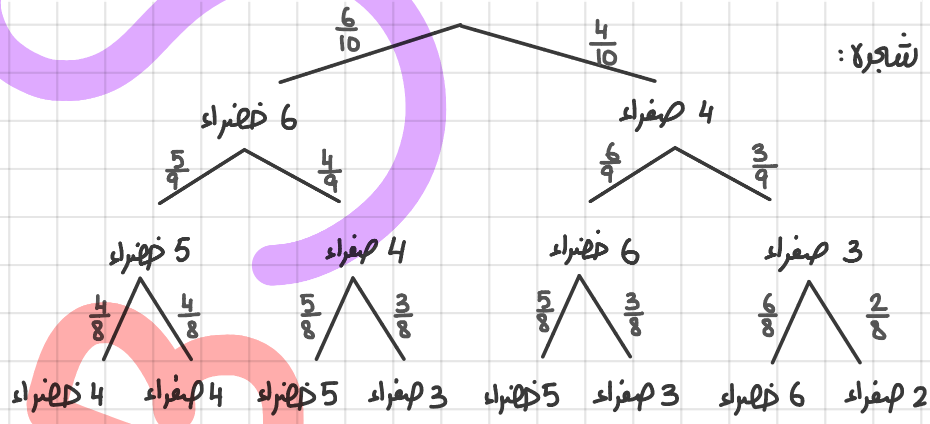
ب. اشترت دانا 3 عُلب كرات تنس. كلّ واحدة من العُلَب التي اشترتها مشابهة للعلبة التي اشتراها شادي.

أخرجت دانا بشكل عشوائيّ كرة واحدة من كلّ واحدة من العُلَب.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت 3 كرات صفراء؟

(2) ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت كرة واحدة خضراء على الأقلّ؟

شجرة:



أ. (1) $P(\text{3 كرات صفراء}) = \frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8} = \frac{1}{30}$

(2) $P(\text{3 كرات صفراء أو 3 كرات خضراء})$

$= \frac{1}{30} + \frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8} = \frac{1}{5}$

ب. $n=3$ (اخرجت من 3 علب)

$p=\frac{4}{10}$ احتمال "النجاح" (اخراج كرة صفراء)

$k=3$ عدد النجاحات المطلوبة

$P = \binom{3}{3}\left(\frac{4}{10}\right)^3\cdot\left(\frac{6}{10}\right)^0 = \frac{8}{125}$

(2) احتمال اخراج كرة واحدة خضراء على الاقل = احتمال اخراج كرة خضراء او كرتين او ثلاثة كرات

= احتمال عدم اخراج 3 كرات صفراء

$\Rightarrow P = 1 - \frac{8}{125} = \frac{117}{125}$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - شتاء ٢٠١٧ - سؤال ٣

3. في مدرسة كبيرة تقع في مدينة معيّنة، قسم من الطلّاب هم من سكّان المدينة، والباقي يسكنون خارج المدينة.

تجربة برنوطي $n=3$ نختار عشوائيًّا 3 طلاب

$k=3$ عدد النجاحات (النجاح = طالب من سكان هذه المدينة)

نختار بشكل عشوائيّ 3 طلّاب من هذه المدرسة.

الاحتمال بأن يكون الثلاثة جميعًا من سكّان هذه المدينة هو 0.512 .

أ. نختار بشكل عشوائيّ طالبًا واحدًا من بين طلّاب المدرسة.
ما هو الاحتمال بأن يكون من سكّان المدينة؟

ب. نختار بشكل عشوائيّ 4 طلّاب من بين طلّاب المدرسة.
ما هو الاحتمال بأن يكون 3 منهم بالضبط من سكّان المدينة؟

جـ. *معلوم أنّ 0.18 من طلّاب المدرسة لا يملكون هاتفًا خلويًّا.
** $\frac{1}{8}$ الطلّاب الذين يسكنون في المدينة لا يملكون هاتفًا خلويًّا.
اخترنا بشكل عشوائيّ طالبًا من بين طلّاب المدرسة، واتّضح أنّه لا يملك هاتفًا خلويًّا.
ما هو الاحتمال بأن يكون من سكّان المدينة؟

أ. نفرض انّ p الاحتمال بأن يكون من سكان المدينة

$n=3$
$k=3$

$$P=\binom{3}{3}\cdot p^3\cdot(1-p)^0=0.512$$
$$p^3=0.512$$
$$p=0.8$$

ب. اختيار 4 طلاب عشوائيًّا $n=4$
3 نجاحات $k=3$
نجاح = من سكان المدينة
احتمال النجاح (بند أ) $p=0.8$

تجربة برنوطي

$$P=\binom{4}{3}\cdot 0.8^3\cdot 0.2^1=0.4096$$

جـ. نرتّب بجدول:

	يسكن في المدينة A	لا يسكن في المدينة $\bar{A}$	المجموع
يملك هاتف خلوي B	0.7	0.12	0.82
لا يملك هاتف خلوي $\bar{B}$	** $\frac{1}{8}\cdot 0.8=0.1$	0.08	0.18 *
المجموع	0.8	0.2	1

من بند أ

معلوم ان الطالب لا يملك هاتف خلوي
مطلوب الاحتمال بأن يكون من سكان المدينة. ⇐ احتمال مشروط:

$$P(A|\bar{B})=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{0.1}{0.18}=\frac{5}{9}=0.56$$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٧ - سؤال ٣

يوجد 6 امكانيات $\{1,2,3,4,5,6\}$

احتمال الحصول على عدد

اصغر من 3	اكبر من 3	3
$\{1,2\}$	$\{4,5,6\}$	$\{3\}$
$P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$	$P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$	$P=\frac{1}{6}$

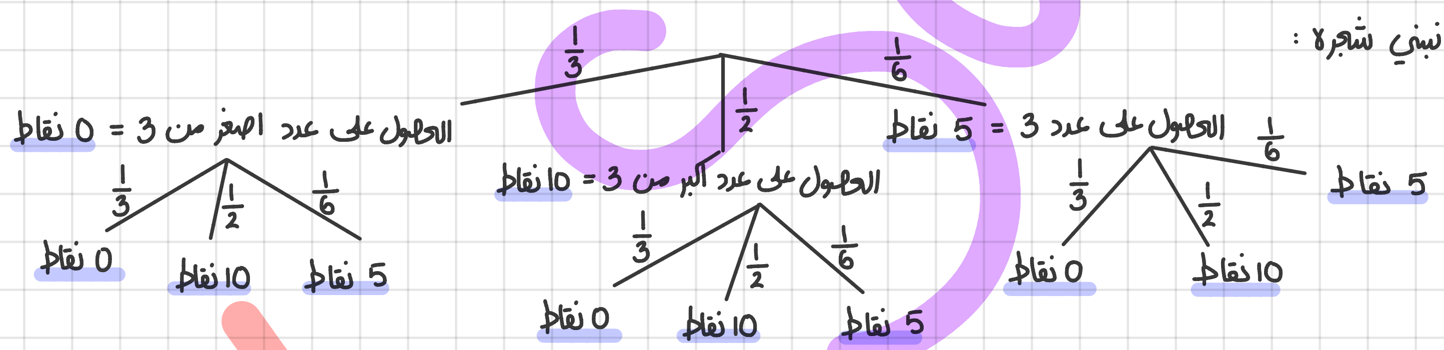
3. في لعبة حظّ يرمي كلّ لاعب مكعّبًا مرّتين. المكعّب هو مكعّب لعب منتظم.
في كلّ واحدة من الرميتين، إذا كان العدد الذي على المكعّب هو 3 ، يحصل اللاعب على 5 نقاط، وإذا كان العدد أكبر من 3 يحصل اللاعب على 10 نقاط، وإذا كان العدد أصغر من 3 لا يحصل اللاعب على نقاط.

أ. ما هو الاحتمال بأن يُجمِّع اللاعب في هذه اللعبة 15 نقطة على الأقلّ؟

ب. معلوم أنّ أحد اللاعبين جَمَّعَ 15 نقطة على الأقلّ. ما هو الاحتمال بأنّ العدد على المكعّب في الرميتين اللتين رماهما كان أكبر من 3 ؟ احتمال مشروط

جـ. يلعب أربعة لاعبين في هذه اللعبة.
ما هو الاحتمال بأن يُجمِّع بالضبط كلّ واحد من اثنين من اللاعبين 15 نقطة على الأقلّ؟

نبني شجرة :



أ. 15 نقاط على الأقل = 15 نقاط او اكثر = $\{5+10,\ 10+5,\ 10+10\}$

الاحتمال $= \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{12}=0.41667$

ب. A = يجمّع اللاعب 15 نقاط على الأقل ← $P(A)=\frac{5}{12}$ (بند أ)

B = العدد على المكعّب في الرميتين أكبر من 3 (اي جمّع 10 نقاط مرتين)

$B\cap A$ = حصل على 10 نقاط مرتين $P(B\cap A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

الاحتمال المطلوب $= P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{12}}=\frac{3}{5}=0.6$

ج. $n=4$ لعب 4 لاعبين اللعبة

$k=2$ عدد النجاحات

"النجاح" = تجميع 15 نقاط على الأقل

$p=\frac{5}{12}$ احتمال النجاح (بند أ)

تجربة برنولي

الاحتمال المطلوب $= \binom{4}{2}\cdot\left(\frac{5}{12}\right)^2\cdot\left(\frac{7}{12}\right)^2=\frac{1225}{3456}=0.3544$

بجروت ٤ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٤ - صيف ٢٠١٧ موعد ب - سؤال ٣

3. أجروا في مدينة معيّنة استطلاعًا يفحص إذا كان الفتيان والفتيات يمارسون النشاط الجسمانيّ.
عدد الفتيان الذين شاركوا في الاستطلاع كان ضعف عدد الفتيات اللواتي شاركن في الاستطلاع.

نفرض x فتيات
$2x$ فتيان
$3x$ المجموع
احتمال اختيار فتى $\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$
احتمال اختيار فتاة $\frac{x}{3x}=\frac{1}{3}$

* تبيّن من الاستطلاع أنّ $\frac{3}{4}$ الفتيات اللواتي شاركن في الاستطلاع يمارسن النشاط الجسمانيّ

** وأنّ $\frac{4}{5}$ الفتيان الذين شاركوا في الاستطلاع يمارسون النشاط الجسمانيّ.

أ. اختاروا بشكل عشوائيّ مشاركًا من بين جميع المشاركِين في الاستطلاع (الفتيان والفتيات).
ما هو الاحتمال بأن يكون المشارك الذي اختير يمارس النشاط الجسمانيّ؟

ب. اختاروا بشكل عشوائيّ مشاركًا من بين جميع المشاركِين في الاستطلاع، واتّضح أنّه يمارس النشاط الجسمانيّ.
احتمال مشروط
ما هو الاحتمال بأنّه اختيرت فتاة؟

جـ. اختير بشكل عشوائيّ 4 من المشاركِين في الاستطلاع.
ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ 2 من المشاركِين الذين اختيروا فتاتَين تمارسان النشاط الجسمانيّ؟

أ.

نرتّب بجدول:

	فتى A	فتاة $\bar{A}$	مجموع
يمارس نشاط جسماني B	$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{15}$ **	$\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ *	$\frac{47}{60}$
لا يمارس نشاط جسماني $\bar{B}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{13}{60}$
مجموع	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

ب. $P(\bar{A}\mid B)=\frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{47}{60}}=\frac{15}{47}$

جـ.
$n=4$ اختيار 4 مشاركين
$k=2,3,4$ عدد النجاحات: على الأقل 2
"النجاح" = فتاة تمارس النشاط الجسماني
$p=P(\bar{A}\cap B)=\frac{1}{4}$ احتمال النجاح
تجربة برنولي

$$\text{الاحتمال المطلوب}=\binom{4}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2+\binom{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^1+\binom{4}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^0=\frac{27}{128}+\frac{3}{64}+\frac{1}{256}=\frac{67}{256}$$